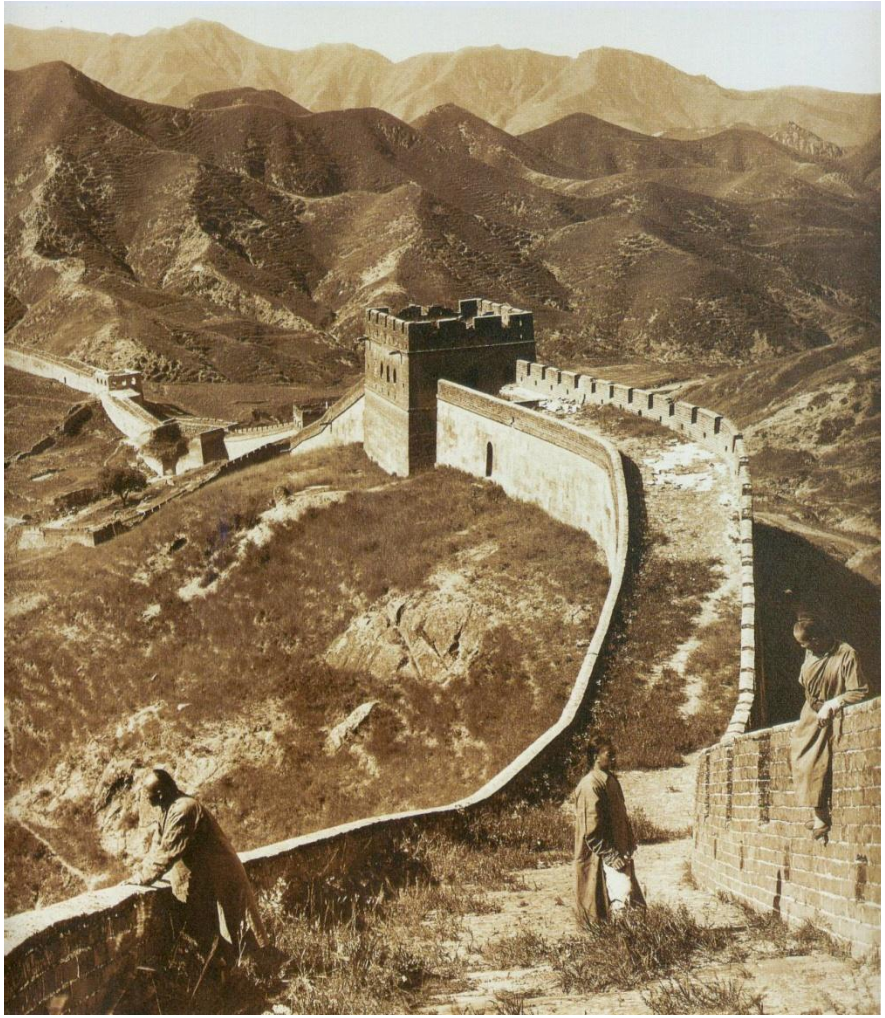
Krótki kurs historii matematyki
Wojciech Domitrz
MiNI PW

Wykład 5

Matematyka wschodu.

Matematyka chińska

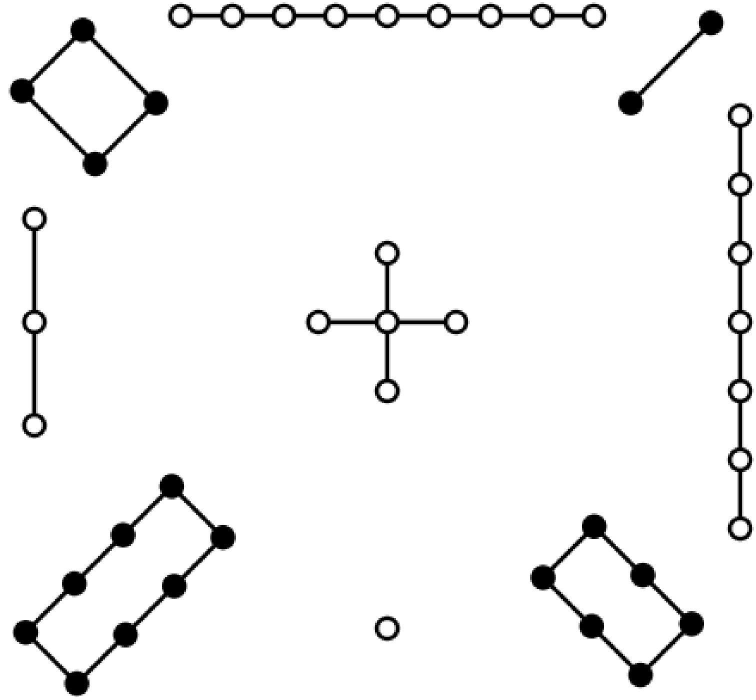


Założyciel Chin – Żółty Cesarz

- **Huang Di** (chiń.黃帝) panowanie 2697-2597 p.n.e. lub 2674-2575 p.n.e.

- wynalazca pisma, kompasu, koła garncarskiego, pierwszego kalendarza, astronomii, **matematyki** i medycyny.

Kwadrat magiczny



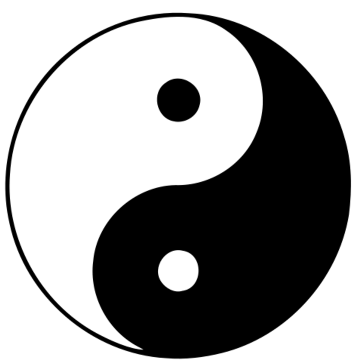
Kwadrat magiczny

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Problem cesarza Chin

121 kobiet odwiedzić w 15 nocy

- cesarzowa
- 3 główne żony
- 9 zwykłych żon
- 27 konkubin
- 81 niewolnic



Rozwiązanie

- I noc dla cesarzowej
- II noc dla 3 głównych żon
- III noc dla zwykłych żon
- IV-VI moc dla konkubin po 9
- VII-XV noc dla niewolnic po 9

Pierwszy Cesarz [dynastii] Qin

(chiń. **Qin Shi Huang**; ur. 259 p.n.e., zm. 210 p.n.e.)

始皇帝

Podbój (zjednoczenie) Chin 234-221 p.n.e.

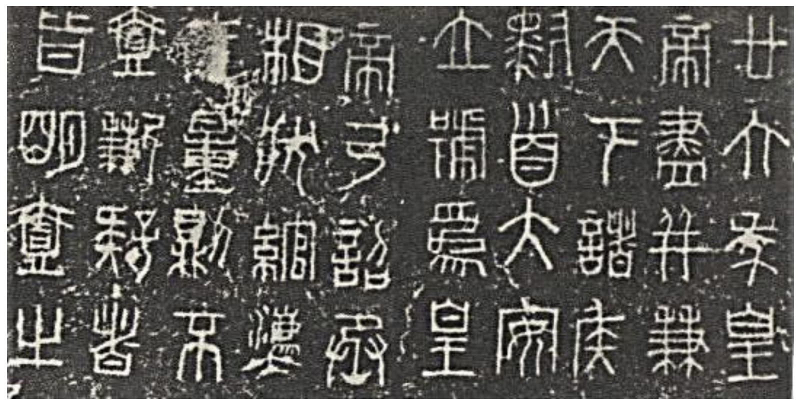
Reformy **Qin Shi Huanga**

- *Feudalna arystokracja została wytępiona, szlachta zrujnowana i rozproszona, poszukiwacze przygód wywodzący się z najniższych dołów społecznych objęli najwyższe stanowiska. We Wschodniej Azji aż do naszych czasów nie zdarzyło się nic, co można by porównać z tak olbrzymią przemianą*.

  C.P. Fitzgerald, *Chiny. Zarys historii kultury*, PIW, Warszawa, 1974; tłum. Aleksander Bogdański, wyd. org. 1935

Reformy **Qin Shi Huanga**

- Ujednolicenie pisma

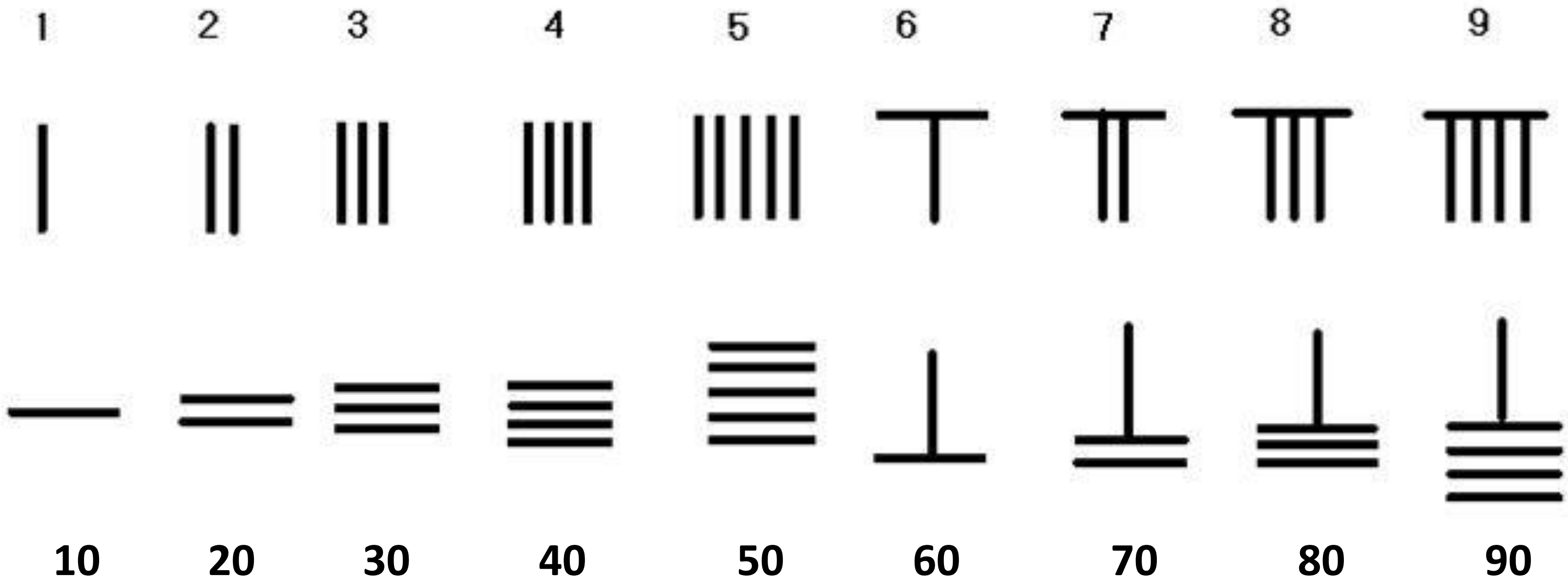


- Ujednolicenie systemu pieniężnego
- Ujednolicenie miar i wag, a nawet rozmiarów osi kół wozów.

Palenie ksiąg

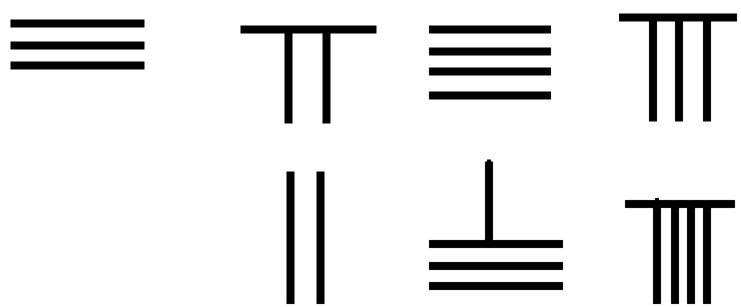
- Według kroniki Sima Qiana, rozdz. 6., *Annały Pierwszego Cesarza Qin* (rok 213 p.n.e.):

  Kanclerz Li Si rzekł: Proszę, aby wszelkie zapiski historyczne poza qinowskimi zostały spalone. Za wyjątkiem uczonych, których obowiązkiem [jest posiadanie ksiąg], wszyscy, którzy ośmielają się posiadać ukryte kopie Księgi Pieśni*,* Księgi Dokumentów *i [inne] pisma Stu Szkół, przekażą je gubernatorom i komendantom wojskowym w celu spalenia. Każdy, kto się ośmieli dyskutować o* Księdze Pieśni, Księdze Dokumentów*, zostanie publicznie stracony. Ktokolwiek [ośmieli się] krytykować teraźniejszość odnosząc się do przeszłości, [tego] klan [zostanie stracony]. [Każdy] urzędnik, który dowie się o naruszeniach [tych praw] i o tym nie poinformuje, zostanie współwinny. Kto po trzynastu dniach od wydania [tego] edyktu nie spali [ksiąg], ten zostanie napiętnowany i zesłany do budowy Wielkiego Muru. Wyjątkiem będą księgi o medycynie, wróżeniu i rolnictwie. Kto chce poznać szczegóły edyktu, niechaj zwróci się do urzędników.*
- Pogrzebanie żywcem 460 uczony w 211 p.n.e.



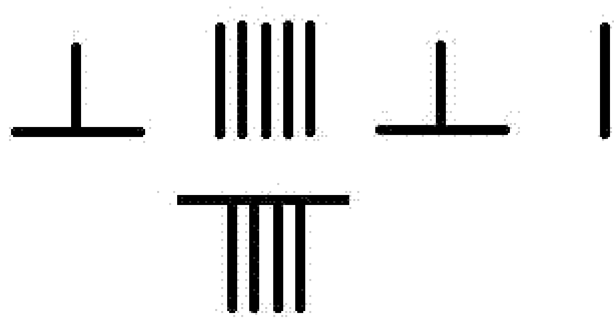
Liczenie na patyczkach (system pozycyjny)

Dodawanie



Algorytm dodawania 3748+289=4037
Autor: Gising en.wikipedia

Dzielenie



Algorytm dzielenia 6561:9=729
Autor: Gisling en.wikipedia

Metoda tjan-jüan.

- **Algorytm obliczania pierwiastka kwadratowego**

$$x = \sqrt{N} = 100\alpha_1 + 10\alpha_2 + \alpha_3 + \cdots$$

- α_1 to największa całkowita taka, że $A=N-(100\alpha_1)^2 \geq 0.$
- α_2 to największa całkowita taka, że

$$B=A-(2000\alpha_1+100\,\alpha_2)\alpha_2 \geq 0 \text{ czyli}$$

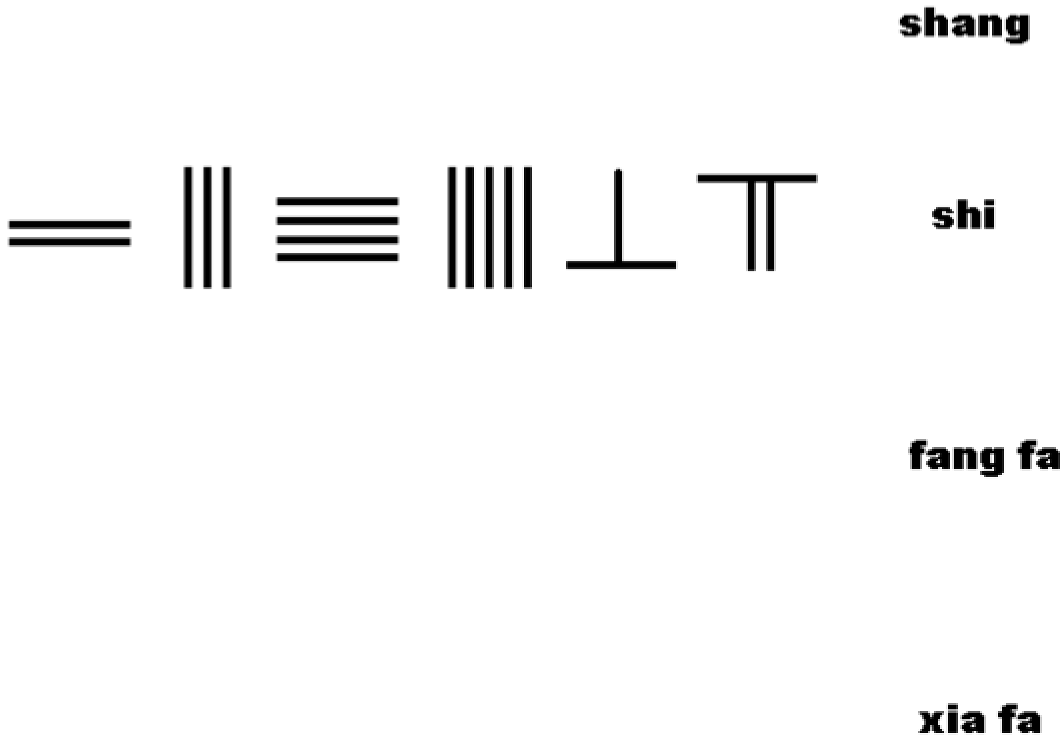
$$B=N-(100\alpha_1+10\alpha_2)^{2} \geq 0.$$

- α_3 największa całkowita taka, że

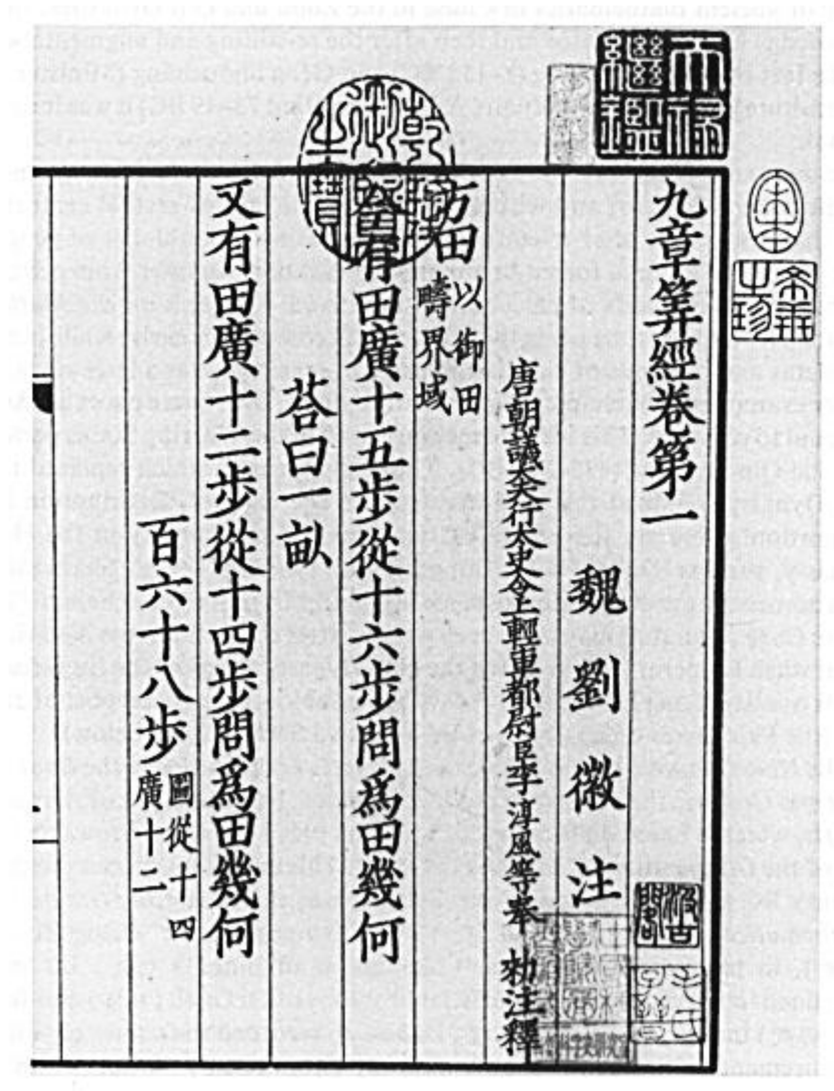
$$C=B-(200\alpha_1+20\alpha_2+\alpha_3)\alpha_3 \geq 0 \text{ czyli}$$

$$C=N-(100\alpha_1+10\alpha_2+\alpha_3)^{2} \geq 0.$$

Pierwiastek kwadratowy



Algorytm wyciągania pierwiastka kwadratowego z 234567
≈ 484 311/968
Autor: Gisling en.wikipedia



九章筭經卷第一

魏劉徽注

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉　勑注釋

方田 以御田疇界域

今有田廣十五步從十六步問爲田幾何

荅曰一畒

又有田廣十二步從十四步問爲田幾何

百六十八步 圖從十四廣十二

„Matematyka w dziewięciu księgach” 九章算術
Różni autorzy od X do II wieku p.n.e.

„Matematyka w dziewięciu księgach” 九章算術

1. 方田 ***Fangtian*** - Mierzenie pól różnych figur płaskich i arytmetyka ułamków.
2. 粟米 ***Sumi*** - Proporcje i procenty.
3. 衰分 ***Cuifen*** -Podział proporcjonalny do danych liczb.
4. 少廣 ***Shaoguang*** - Wyznaczanie długości boku prostokąta, mając dane pole i drugi bok, boku kwadratu, mając dane pole, krawędzi sześcianu mając daną objętość, średnic kół i kul.
5. 商功 ***Shanggong*** - Mierzenie objętości murów, kanałów, tam, rowów różnego kształtu, obliczanie liczby robotników potrzebnych do wykonania różnych robót budowlanych.
6. 均輸 ***Junshu*** - Zadanie ,,sprawiedliwego’’ podziału podatku między powiaty w zależności od różnych i inne trudniejsze problemy
7. 盈不足 ***Yingbuzu*** - Rozwiązywanie układu 2 równań z 2 niewiadomymi za pomocą reguły 2 fałszywych położeń.
8. 方程 ***Fangcheng*** - Rozwiązywanie układu n równań z n niewiadomymi za pomocą specjalnej metody fang-czeng.
9. 勾股 ***Gougu*** - Rozwiązywanie zadań wiążących się z twierdzeniem Pitagorasa.

„Matematyka w dziewięciu księgach” 九章算術

盈不足 *Yingbuzu* – nadmiar-niedomiar, reguła 2 fałszywych położeń.

Rozwiązanie równania liniowego

$$ax=b,$$

a, b –dane, **x**-niewiadoma

Podstawiamy 2 wartości za x: x_1 i x_2

Otrzymujemy błędy:

$$y_1=ax_1-b,$$

$$y_2=ax_2-b.$$

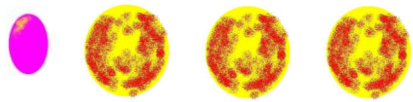
Zwykle $x_1<x<x_2$. Stąd nazwa nadmiar-niedomiar.

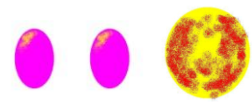
Z proporcji $(x_1-x)/(x_2-x)=y_1/y_2$ otrzymujemy

$$x=(x_1y_2-x_2y_1)/(y_2-y_1)$$

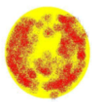
„Matematyka w dziewięciu księgach” 九章算術

方程 ***Fangcheng*** **- metoda fang-czeng.**

 **ważą 750g**

 **ważą 500g**

 **ważą 1500g-500g=1000g**

 **waży 1000g/5=200g**

 **waży 750g-3x200g=150g**

Metoda eliminacji Gaussa

Fang-czeng i liczby ujemne - fu

2x+y=1

3y+z=1

2x+8z=2

Zapisujemy kolumnami od lewej do prawej

2 0 2

0 3 1

8 1 0

2 1 1

Przez operacje elementarne na kolumnach dążymy do postaci kanonicznej

0 0 *

0 * *

**** * ****

**** * ****

Odejmując od pierwszej kolumny kolumnę trzecią

0 0 2

-1 3 1

8 1 0

1 1 1

Fu to dług lub brak.

,,Traktat o wyspie morskiej'' Liu Hueja (III wiek)
Wyznaczanie odległości od niedostępnych przedmiotów i ich wymiarów.

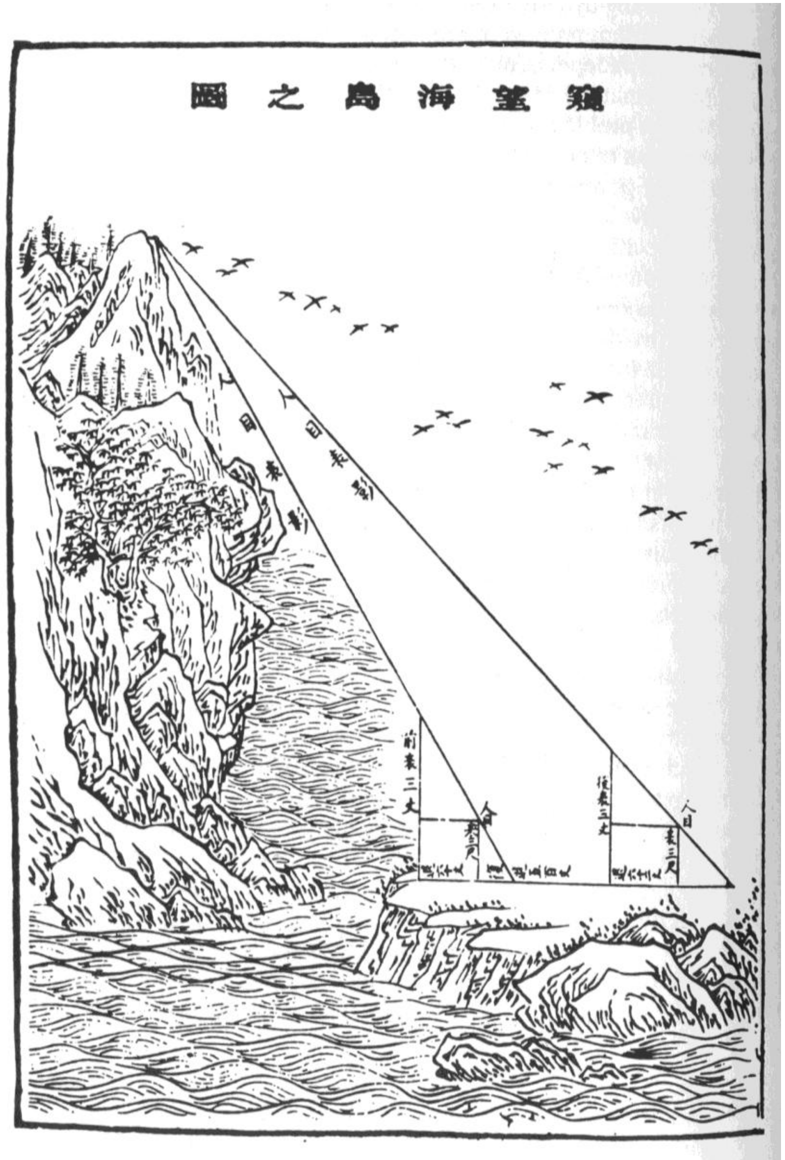
欽定四庫全書

海島算經　　晉 劉徽 撰

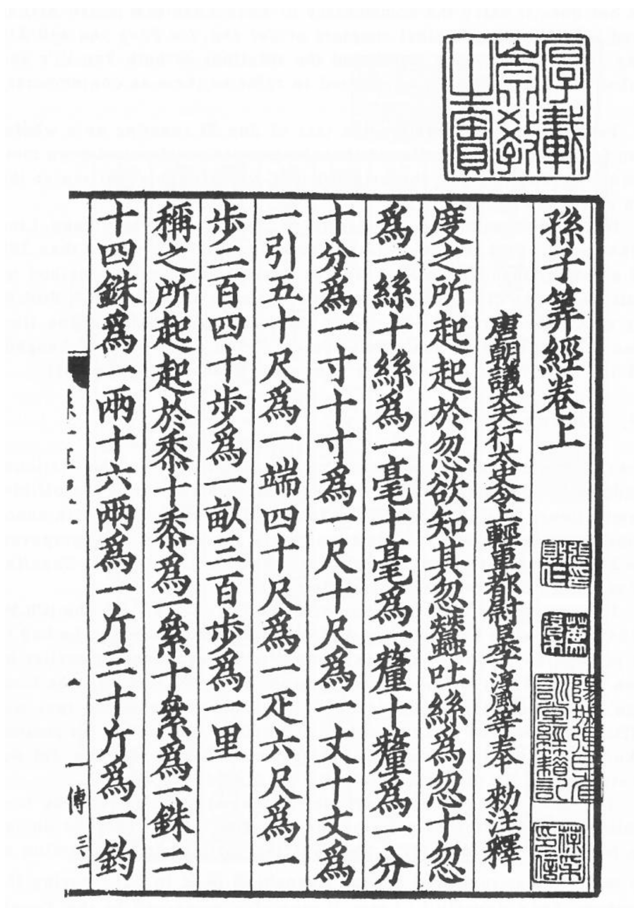
唐 李淳風 注

今有望海島立兩表齊高三丈前後相去千步令後表與前表參相直從前表卻行一百二十三步人目著地取望島峯與表末參合從後表卻行一百二十七步人目著地取望島峯亦與表末參合問島高及去表各幾何答曰島高四里五十五步去表一百二里一百五十

,,Traktat o wyspie morskiej'' Liu Hueja (III wiek)
Wyznaczanie odległości od niedostępnych przedmiotów i ich wymiarów.



Traktat matematyczny Sun Tzi
(III-IVwiek n.e.)


孫子算經卷上
唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 勅注釋
度之所起起於忽欲知其忽蠶吐絲爲忽十忽
爲一絲十絲爲一毫十毫爲一氂十氂爲一分
十分爲一寸十寸爲一尺十尺爲一丈十丈爲
一引五十尺爲一端四十尺爲一疋六尺爲一
步二百四十步爲一畝三百步爲一里
稱之所起起於黍十黍爲一絫十絫爲一銖二
十四銖爲一兩十六兩爲一斤三十斤爲一鈞

Chińskie Twierdzenie o resztach

Niech liczby naturalne $n_1,n_2,\dots,n_k$ będą parami względnie pierwsze.

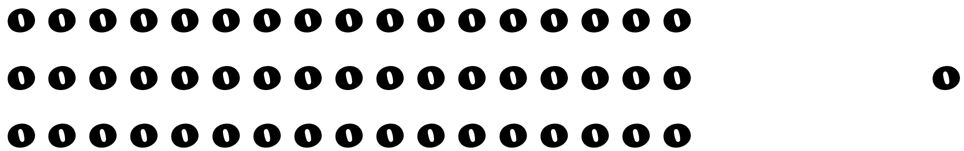
Wtedy dla dowolnych liczb całkowitych $y_1,y_2,\dots,y_k$ istnieje dokładnie jedna mod $n_1n_2\dots n_k$ liczba całkowita x taka, że

$$x= y_1 \bmod n_1 ,\ x=y_2 \bmod n_2 ,\dots,\ x=y_k \bmod n_k$$

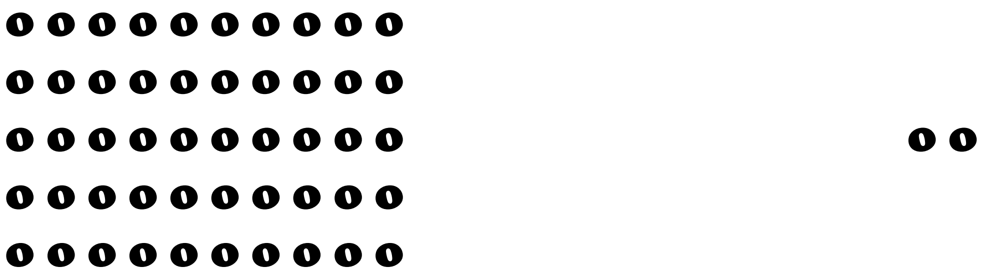
Traktat matematyczny Sun Tzi

Kobieta ma do sprzedania pewną liczbę jajek.

Jeśli je ułoży w rzędach po trzy



Jeśli je ułoży w rzędach po pięć



Jeśli je ułoży w rzędach po siedem

Ile jajek ma kobieta ?

Traktat matematyczny Sun Tzi

- $x=a$ mod u, $x=b$ mod v, $x=c$ mod w.
- $u=3$, $v=5$, $w=7$, $a=1$, $b=2$, $c=3$
- Wyznaczamy m, n, k:
- $v \cdot w \cdot m=1$ mod u, $w \cdot u \cdot n=1$ mod v, $u \cdot v \cdot k=1$ mod w
- $35m=1$ mod 3, $21n=1$ mod 5, $15k=1$ mod 7
- $2m=1$ mod 3, $n=1$ mod 5, $k=1$ mod 7
- $m=2$, $n=1$, $k=1$
- $x=v \cdot w \cdot m \cdot a+ w \cdot u \cdot n \cdot b+u \cdot v \cdot k \cdot c$ mod $u \cdot v \cdot w$
- $x=70+ 42+45$ mod 105, $x=157$ mod 105
- $x=52$ mod 105
- Metoda odkryta ponownie przez Eulera (1740) i Gaussa (1801).

Qin Jiushao lub **Ch’in Chiu Shao** (chin. 秦九韶) ok. 1202–1261

- Skorupowany urzędnik ciągle zmieniający urzędy
- *okrutny jak tygrys lub wilk, nikczemny jak wąż lub skorpion*
- Kilka lat prowadzi wojnę z Mongołami
- Oszukał swego przyjaciela, żeby zdobyć jego ziemię
- Skazał służącą na zamknięcie bez jedzenia

Dziewięć ksiąg o matematyce
Metoda tian-jüan

- $x^{10} + 15x^8 + 72x^6 - 864x^4 - 11664x^2 - 34992 = 0$
- x=3
- $4608x^3 - 3000000000 \times 30 \times 800 = 0$
- x=2500
- $-x^4 + 1534464x^2 - 526727577600 = 0$
- x=720

Dziewięć ksiąg o matematyce
Metoda tian-jüan

$$W(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n$$

$$W(x) = a_0 + x(a_1 + x(a_2 + \ldots + x(a_{n-1} + x a_n)\ldots))$$

Trójkąt Yang Huia

(楊輝 ok.1238-1298)

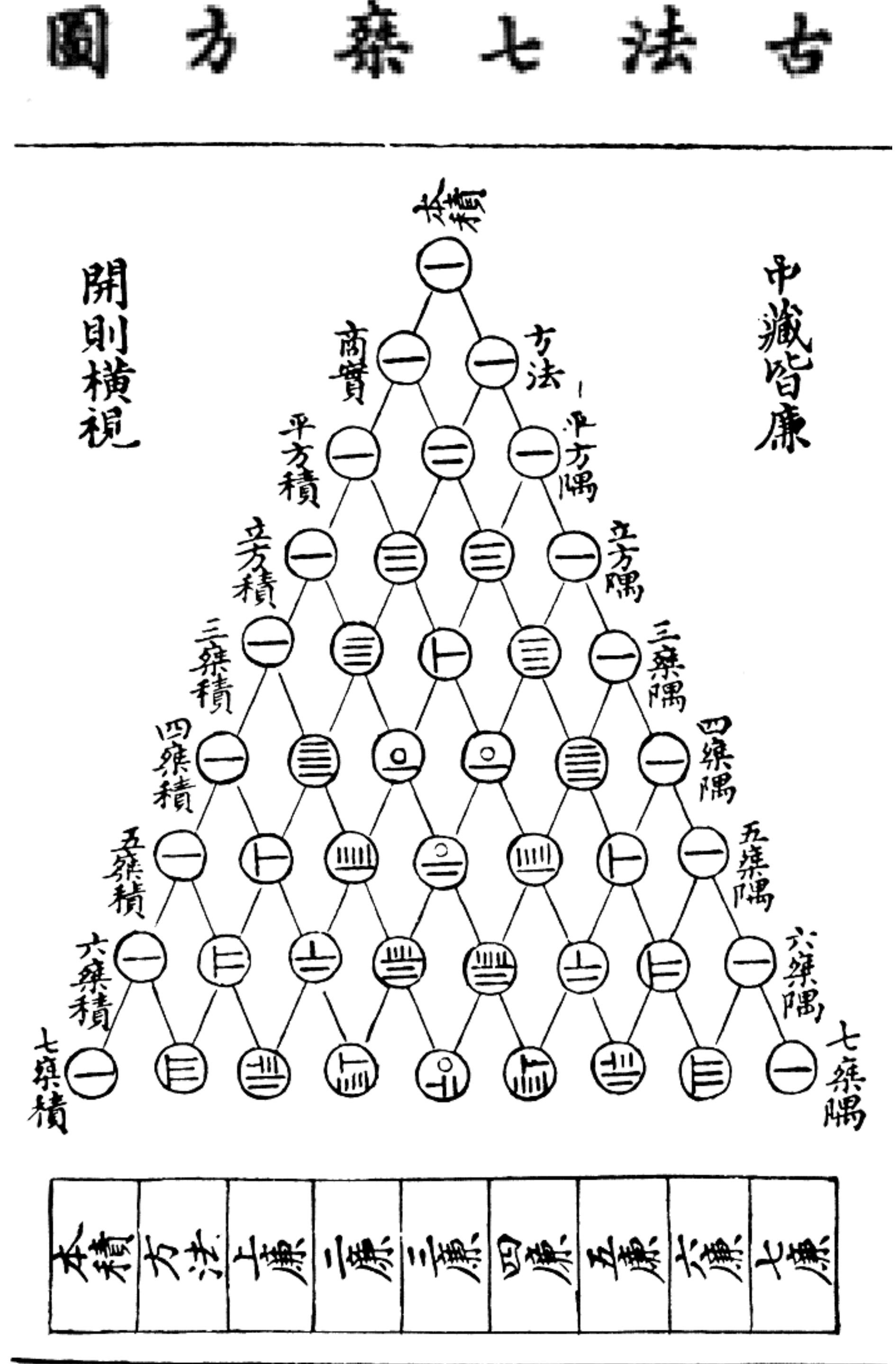
karta z *Su yuan yu zhian*

Zhu Shije wyd. 1303

B. Pascal

Traktat o trójkącie arytmetycznym,

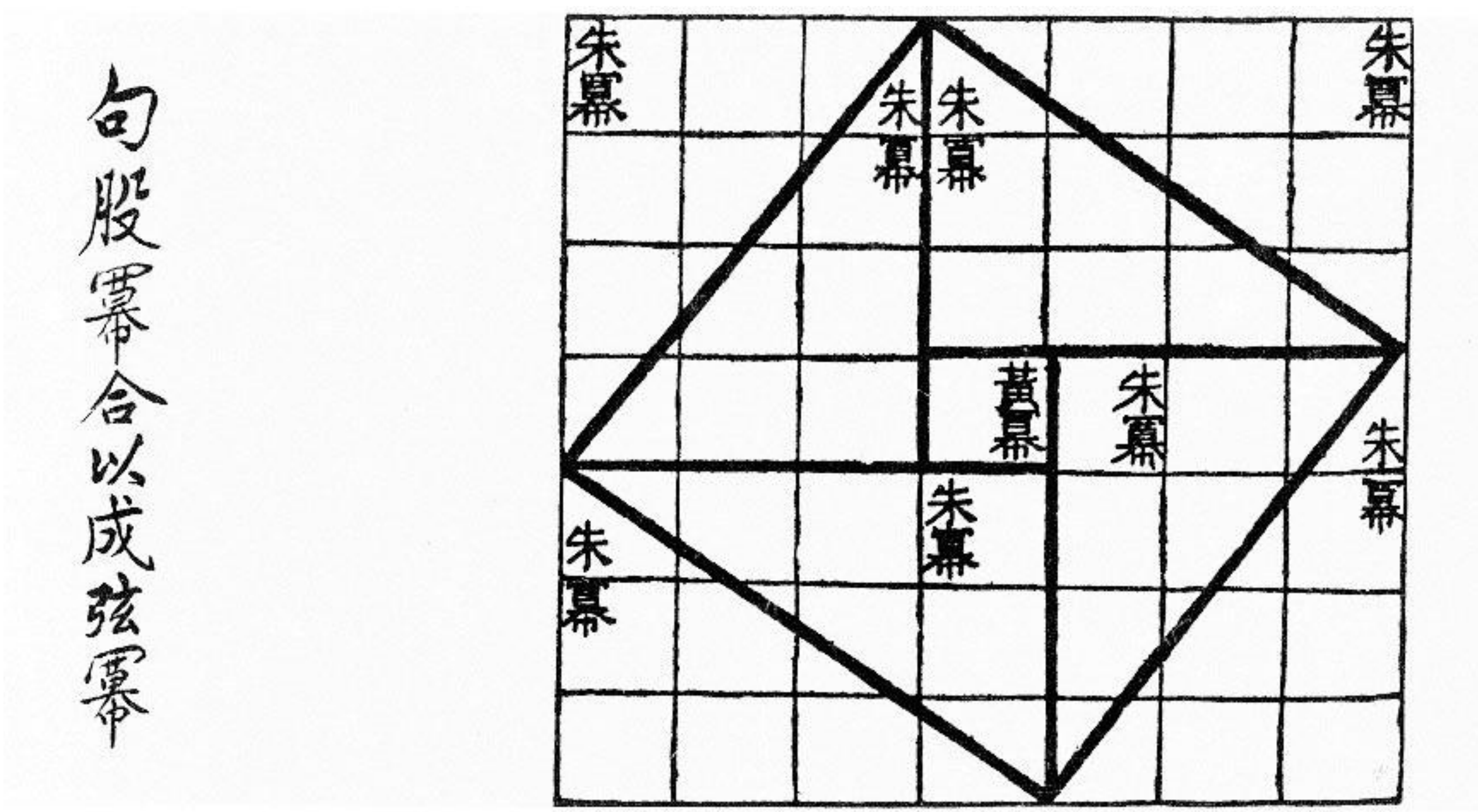
1665



Iterpolacja Liu Czo i I Sin
(ok. 600 n. e.)

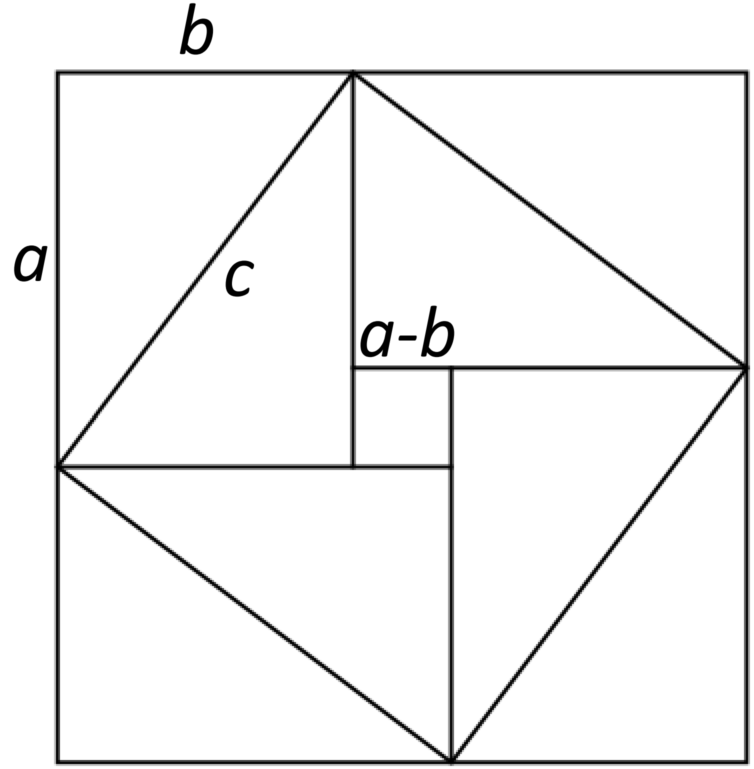
$$f(x) \approx f(x_0) + (x - x_0)\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} + (x - x_0)(x - x_1)\frac{\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} - \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}}{x_2 - x_1}$$

Twierdzenie Gougu (勾股定理)
Zhou Bi Suan Jing, lub ***Chou Pei Suan Ching***, (周髀算經)
1200-1000 p.n.e. lub 300-250 p.n.e.



Twierdzenie Pitagorasa
Czen-cy (VI w. p.n.e.)

- $(a+b)^2=4ab+(a-b)^2=2ab+c^2$
- $a^2+b^2=c^2$

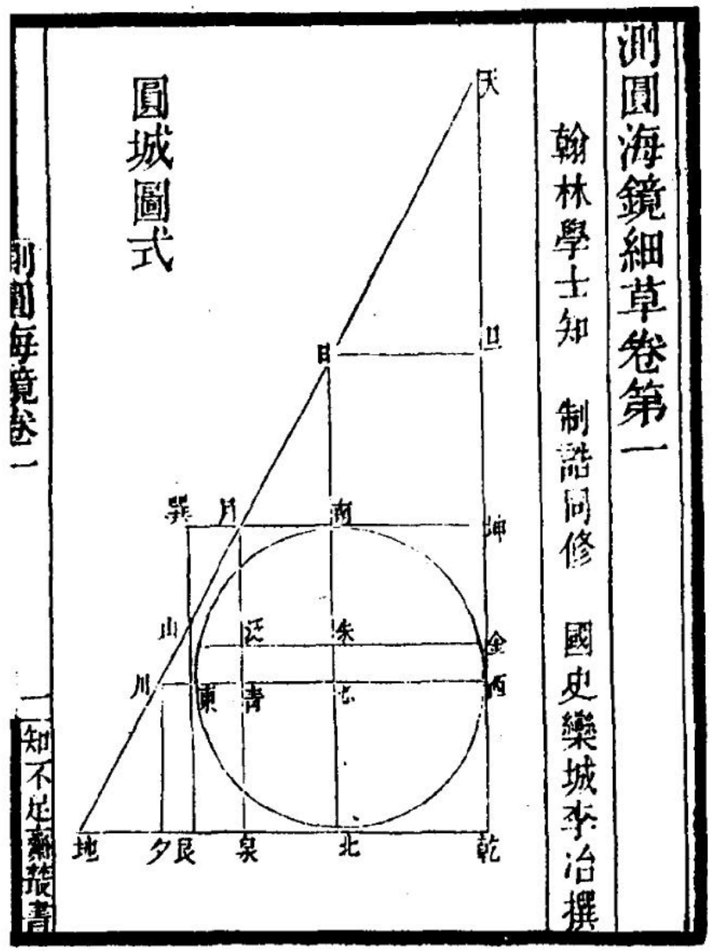


Cu Czung-czy
(430-501)

$$3{,}1415926 < \pi < 3{,}1415927$$

Li Zhi (李治) (1192–1279), później **Li Ye** (李治)

Ceyuan haijing (測圓海鏡, *Morskie zwierciadło mierzenia koła, 1248*)



Zmiana imienia ze względu na imię III cesarza z dynastii T’ang LiZhi

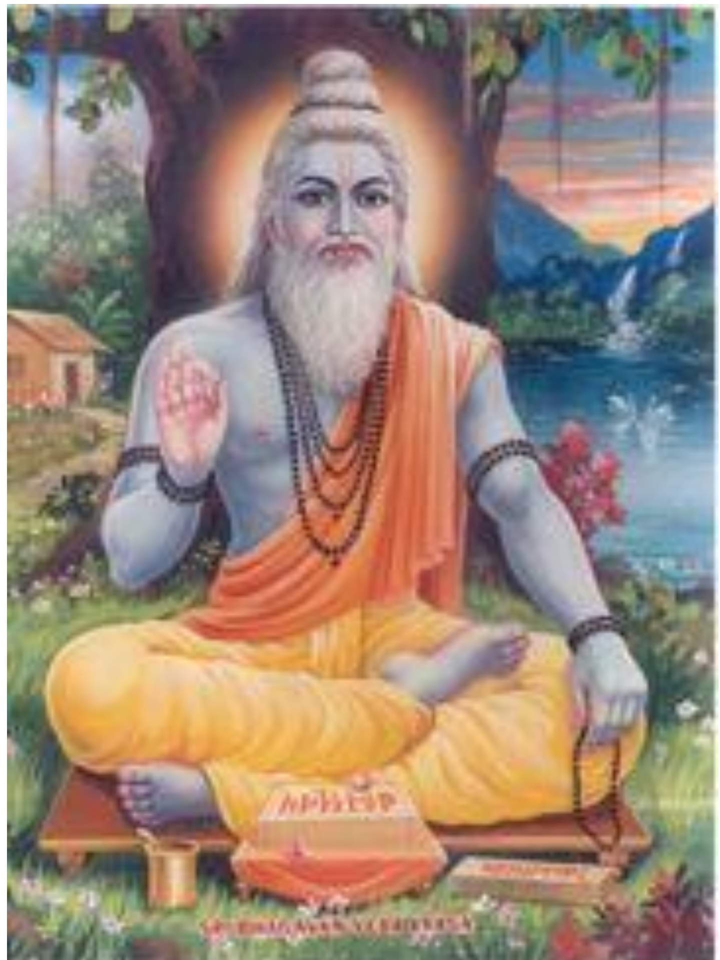
- **Li Zhi**

李治

- **Li Ye**

李治

Matematyka Indyjska



Nazwy liczb w sanskrycie

1. éka-
2. dva-
3. tri-
4. catúr-
5. páñcan-
6. ṣáṣ-
7. saptán-
8. aṣṭá-
9. návan-
10. dáśan-

Cyfry Kharoszti (III w. p. n. e. – III w. n. e.) (zródła: czarne)

9	8	7	6	5	4	3	2	1
𐩃𐩃	𐩃𐩃	𐩃	𐩃	𐩃	𐩃			

90	80	70	60	50	40	30	20	10
𐩅𐩅𐩅𐩅	𐩅𐩅𐩅𐩅	𐩅𐩅𐩅	𐩅𐩅𐩅	𐩅𐩅	𐩅𐩅	𐩅	𐩅	

900	800	700	600	500	400	300	200	100
𐩆 𐩃𐩃	𐩆𐩃𐩃	𐩆 𐩃	𐩆 𐩃	𐩆 𐩃	𐩆𐩃	𐩆	𐩆	𐩆

Cyfry brahmi (od III w. p. n. e.)

Pierwszy zapis pozycyjny za pomocą **tylko** 9 cyfr

zapis dotyczący darowizny z 595 r.

Rok 346 zapisany jest cyframi brahmi

1	2	3	4	5	6	7	8	9
𑁒	𑁓	𑁔	𑁕	𑁖	𑁗	𑁘	𑁙	𑁚

słowny system oznaczenia liczb

- 1 to księżyc, ziemia
- 2 to bliźnięta, oczy, nozdrza, wargi, skrzydła
- 4 to oceany, strony świata
- 0 to pustka, niebo, dziura
- np. 1021 to księżyc-dziura-skrzydła-księżyc
- Pustka to *sunya* (sanskryt)
- Po arabsku pustka to *sifr*
- Przetłumaczone na łacinę jako *ciffra*

Chrześcijański biskup syryjski Sewer Sebocht działający w jednym z klasztorów nad Eufratem w 622r. pisał:

Nie będę zatrzymywał się nad nauką Hindusów...
nad ich systemem liczenia przewyższającym wszystko co da się opisać.
Chcę tylko powiedzieć, że liczenie odbywa się za pomocą dziewięciu znaków.

Dewanagari (boskie pismo)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Fort Gwalior

Autor: Nataraja na wikipedia

Fort Gwalior (876 r.)

Źródło:http://www.ams.org/samplings/feature-column/fcarc-india-zero
***All for Nought,* Bill Casselman,University of British Columbia, Vancouver, Canada**

Fort Gwalior (876 r.)

Źródło:http://www.ams.org/samplings/feature-column/fcarc-india-zero
***All for Nought,* Bill Casselman,University of British Columbia, Vancouver, Canada**

Aryabhata (sanskrit:

(–)

Inter-University Centre for Astronomy and Astrophysics (IUCAA) w Pune

Aryabhata *Aryabhatiya*

napisana w wieku 23 lat

- Wprowadził system pozycyjny bez zera
- Przybliżenie π:

((4 + 100) × 8 + 62000)/20000 = 62832/20000 = 3.1416

- Trygonometria : funkcje sinus i sinus versus

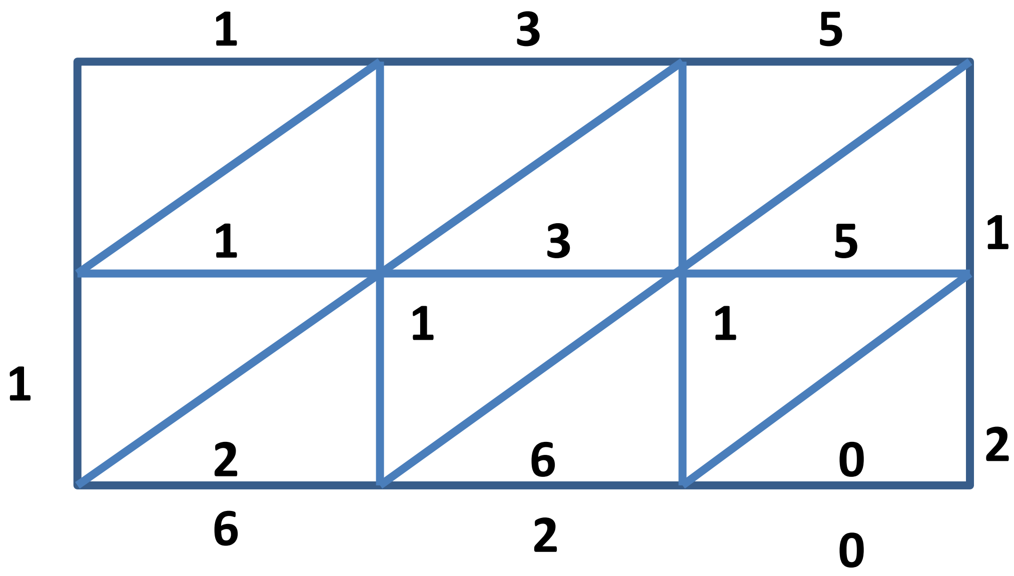
(1-cosinus)

$$1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = (1 + 2 + \cdots + n)^2$$

Obliczenia arytmetyczne
dhuli-karma czyli praca z pyłem

135 x 12



135 x 12=1620

Pierwiastek-korzeń(root)

- Pierwiastek to *pada* czyli podstawa, bok lub *mula* czyli podstawa od greckich słów βάσιζ czyli podstawa i πλευρά czyli bok.
- *Mula* znaczy także korzeń roślinny, arabscy tłumacze z VIII w. przetłumaczyli to na *dżizr* czyli korzeń roślinny.
- Łacińscy tłumacze z XII w. przełożyli arabskie *dżizr* na *radix* czyli korzeń roślinny.
- Stąd nazwa pierwiastka w wielu językach nowożytnych np. angielskie *root*.

Ułamki

$$\begin{array}{c} a \\ b \end{array} \text{ to } \frac{a}{b} \qquad \boxed{\begin{array}{c|c|c} a & \dot{c} & e + \\ b & d & f \end{array}} \text{ to } \frac{a}{b} - \frac{c}{d} - \frac{e}{f}$$

$$\boxed{\begin{array}{c|c} a & c \\ b & d \end{array}} \text{ to } \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \text{ lub } \frac{a}{b} + \frac{c}{d}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} a \\ b \\ c \end{array}} \text{ to } a\frac{b}{c} \text{ lub } a : \frac{b}{c} \qquad \boxed{\begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \end{array}} \text{ lub } \boxed{\begin{array}{c} a \\ b \\ \hline c \\ d \end{array}} \text{ to } \frac{a}{b} : \frac{c}{d}$$

Algebra

- *ya* (*yavat-tavat* czyli tyle, ile) to niewiadoma
- Kilka niewiadomych to różne kolory:

ka od *kalaka* (czarny), *ni* od *nilaka* (niebieski), *pi* od *pitaka* (żółty), *pa* od *pandu* (biały), *lo* od *lohita* (czerwony)

- Wyraz wolny to *rupa* (cały), *yu* od *yuta* (dodane), *gu* od *gunita* (mnożone), *bha* od *bhaga* (dzielone)

Algebra

$$\underline{\left|\begin{array}{ccccccc} 1 & & 1 & 1 & & 1 & \\ 1 & + & 1 & 1 & + & 1 & bha \\ 2 & & 3 & 4 & & 6 & \end{array}\right\|\begin{array}{c} 36 \\ \\ 1 \end{array}\right|}$$

$$\frac{36}{\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{6}\right)}$$

Algebra

- *va (varga* – kwadrat)
- *gha (ghana* – sześcian)
- *ghata* (iloczyn)
- x^2 *=va,* x^3*=gha,* x^4*=va va,* x^5*=va gha ghata,*
- x^6*=va gha,* x^7*=va va gha ghata,* x^8*=va va va*
- x^9*=gha gha*
- *mu (mula)* – pierwiastek kwadratowy

$$\underline{\left|\begin{array}{cccc} 11 & & 5 & \\ & yu & & mu \\ 1 & & 1 & \end{array}\right|} \qquad \sqrt{11+5}$$

Algebra

$$10x-8=x^2+1$$

ya va 0 ya 10 ru $\dot{8}$

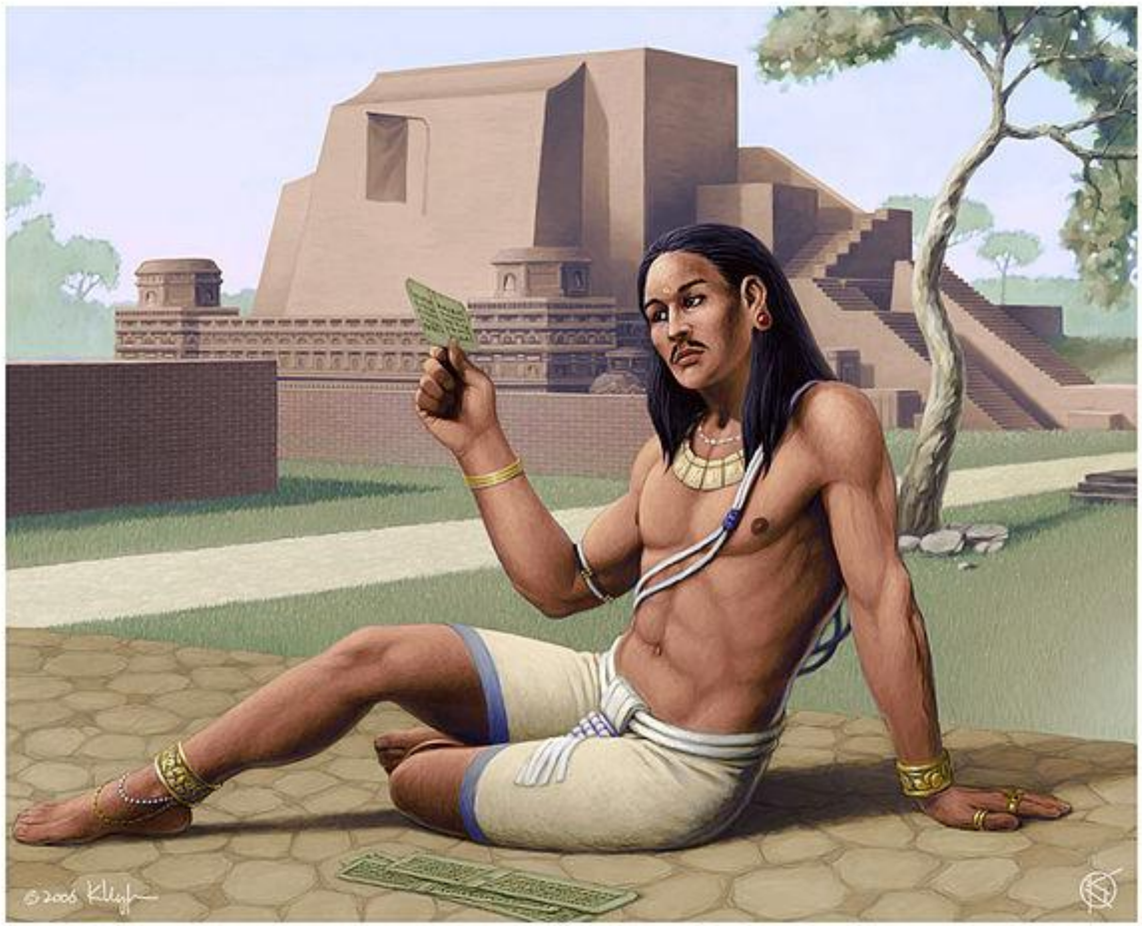
ya va 1 ya 0 ru 1

$$8x^3+4x^2+10y^2x=4x^3+12y^2x$$

ya gha 8 ya va 4 ka va ya 10

ya gha 4 ya va 0 ka va ya 12

Brahmagupta (   )(598 - 670)



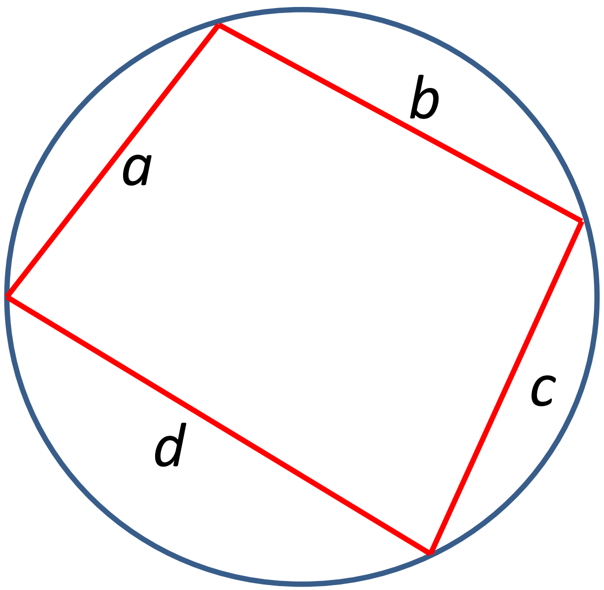
Zdjęcie: http://hi.wikipedia.org/

Brahmasphutasiddhanta (628) *Udoskonalona nauka Brahmy*

Reguły działań na zerze, liczbach dodatnich *dhana, sva* (majątkach) i liczbach ujemnych *rina, kszaja* (długach):

- $a+0=a$, $a-0=a$, $a \cdot 0=0 \cdot a=0$, $0:a=0$, $a-a=0$, $0-0=0$, $0 \cdot 0=0$
- $a<0$ to $0-a>0$, $a>0$ to $0-a<0$
- $a>0$, $b>0$ to $a \cdot b>0$, $a:b>0$
- $a<0$, $b<0$ to $a \cdot b>0$, $a:b>0$
- $a>0$, $b<0$ to $a \cdot b=b \cdot a<0$, $a:b<0$, $b:a<0$
- $1:0=0$, $0:0=0$
- Bhaskara II (XII w.) $1:0=\infty$
- Dowód (?) $1 : \frac{1}{n} = n$

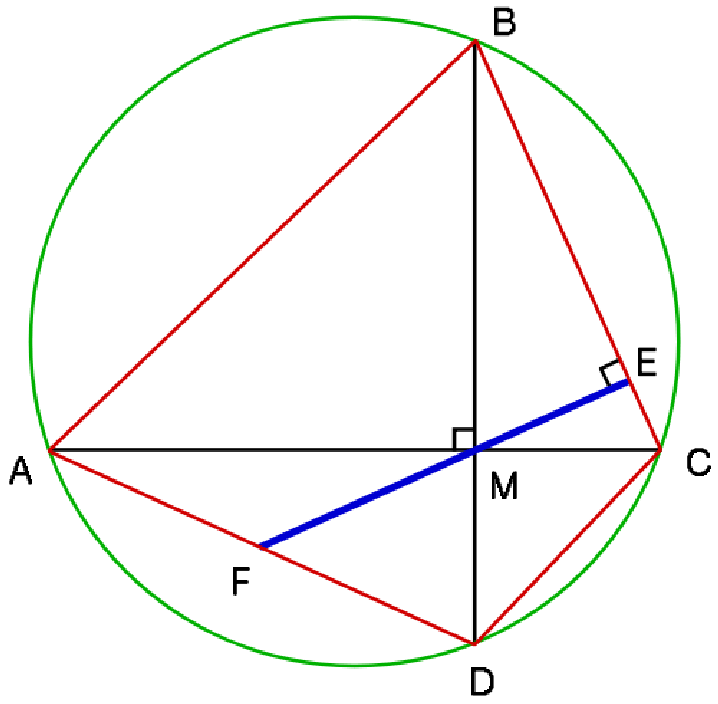
Wzór Brahmagupty



$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$$

$$p = \frac{1}{2}(a+b+c+d)$$

Twierdzenie Brahmagupty



$$\overline{BD} \perp \overline{AC}, \overline{EF} \perp \overline{BC} \Rightarrow |\overline{AF}| = |\overline{FD}|$$

Równanie kwadratowe

$ax^2+bx+c=0$ dla $a>0$, *b,c dowolne*

Rozwiązanie Brahmagupty:

$$x = \frac{\sqrt{4ac+b^2}-b}{2a}$$

Mahawira, Bhaskara II (XII w.) zna już dwa pierwiastki.

Bhaskara II formułuje warunek istnienia dwóch pierwiastków dodatnich

Bhaskara II

(sanskryt) (1114 - 1185)

- *Lilawati* poświęcone arytmetyce
- *Bidźaganita* poświęcone algebrze
- *Siddhantasiromani* poświęcone astronomii i trygonometrii

Legenda *Lilawati*

- Lilavati (zachwycająca) to córka Bhaskary
- Bhaskara stawia Lilawati horoskop i ustala najkorzystniejszą datę ślubu
- Bhaskara buduje zegar wodny
- Perła z kolczyka w nosie Lilavati urywa się i zatyka otwór w zegarze wodnym...
- Bhaskara pisze dla Lilawati podręcznik matematyki, aby ją...

  rozweselić

Bhaskara II *Lilavati*
Edward Kofler *Z dziejów matematyki*

Bawiły się małpy – wieść indyjska niesie.
Ósma ich część w kwadracie już skacze po lesie.
Pozostałych dwanaście w pląsach i z wrzaskami
Pomiędzy zielonymi hasa pagórkami.
Ile ich wszystkich było? Pyta się Bhaskara.
Zagadka nie jest trudna, chociaż bardzo stara.

(według Okulicza)

Bhaskara II *Lilavati*

Nieostrożny kochanek
Sznur pereł rozerwał.
1/6 potoczyła się po podłodze.
1/5 wpadła pod łoże.
1/3 kochanka uratowała.
1/10 ręka kochanka złapała.
6 pereł na sznurze zostało.
Ile ich było? Na sznurze tak mało...

Bidźaganita

- Rozwiązanie ogólne równania Pella

$$x^2 - ny^2 = 1$$

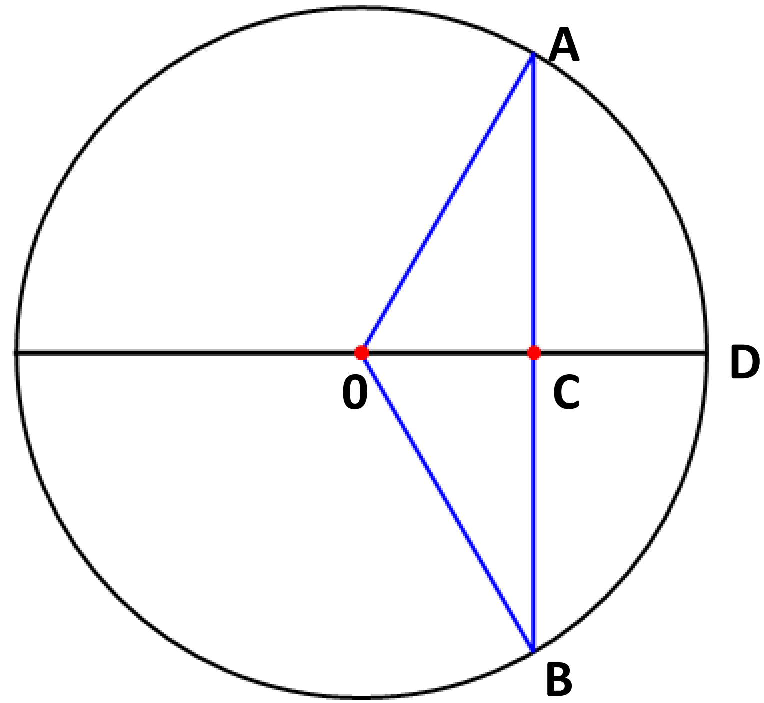
Siddhantasiromani czyli *Korona wiedzy*

- $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$
- $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$
- $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$
- $\sin\alpha=\cos(90^\circ - \alpha)$
- Tablice sinusów w odstępie 1°.

Nazwa *sinus*

- *Pulisa-siddhanta* - najstarsza *z siddhant* zawiera trygonometrię astronomów aleksandryjskich
- Grecy nazywali cięciwę *prostą w kole.*
- Hindusi przyjęli nazwę *jiva* czyli *cięciwa*
- W *Pancza-siddhancie* Warahamihira zastąpił cięciwę półcięciwą *ardhajiva* czyli tzw. *linią sinusa*
- *Ardha* odrzucono i linię sinusa zaczęto nazywać *jiva*
- Arabowie **nie** przetłumaczyli *jiva* na arabskie *vatar* (cięciwa), ale transkrybowali je arabskimi literami na *dżiba*
- Później *dżiba* przeszło w *dżajb* czyli dołek, pazycha
- Po łacinie dołek, pazucha to *sinus*

Linia sinusa, cosinusa, sinus-versus



AC linia sinusa łuku AD
OC linia cosinusa łuku AD
CD linia sinus-versus łuku AD

Madhava (1350 - 1425)

$$\sin x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)!} x^{2n-1} \qquad \cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{(2n)!} x^{2n}$$

$$\operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{(2n+1)} x^{2n+1}$$

$$\frac{\pi}{4} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \qquad \pi = \sqrt{12} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{3^{n}(2n+1)}$$

Bibliografia

•Marek Kordos ,,Wykłady z historii matematyki” SCRIPT, Warszawa 2006.

•Witold Więsław ,,Matematyka i jej historia”, NOWIK, Opole 1997.

•Jan Hartman ,,Czego filozof może nauczyć się od matematyka?” Wiad. Mat. 45 (1), 51-58.

•Leszek Kołakowski ,,Mini wykłady o maxi sprawach” Wyd. Znak, Kraków 2004.

•Ian Stewart ,,Oswajanie nieskończoności. Historia matematyki” Prószyński i S-ka, Warszawa 2010.

•Wikipedia, hasła różne i linki zewnętrzne do nich.

•Michał Szurek ,,Matematyka dla humanistów” RTW, Warszawa 2000.

•Philip J. Davis, Reuben Hersh ,,Świat matematyki” Warszawa PWN 1994.

•Marcus du Sautoy „The Story of Maths”, Serial BBC4, 2008 (w Polsce ,,Historia matematyki” Planete) http://open2.net/storyofmaths/abouttheseries.htm

•Izabela Bondecka-Krzykowska „Przewodnik po historii matematyki ” Wudawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2006.

•A. P. Juszkiewicz„Historia matematyki wieków średnich” Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1969.

•Dirk J. Struik „Krótki zarys historii matematyki do końca XIX wieku” Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1963.

•„Historia matematyki” pod redakcją A. P. Juszkiewicza, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1975.