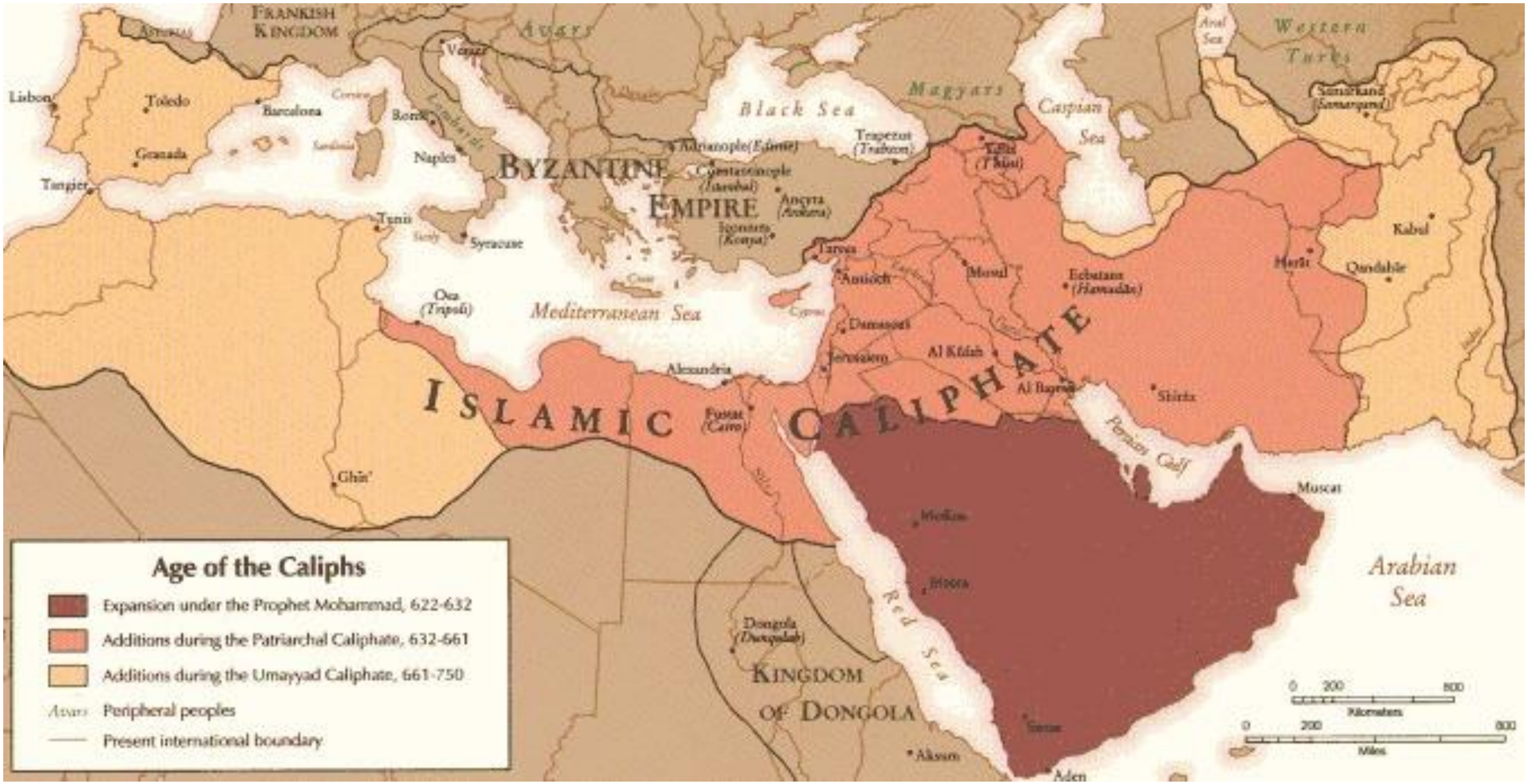
Krótki kurs historii matematyki
Wojciech Domitrz
MiNI PW

Wykład 6

Matematyka muzułmańska.

Mahomet
(3.07.570-8.06.632)

Islam


Age of the Caliphs
Expansion under the Prophet Mohammad, 622-632
Additions during the Patriarchal Caliphate, 632-661
Additions during the Umayyad Caliphate, 661-750
Peripheral peoples
Present international boundary
ISLAMIC CALIPHATE
BYZANTINE EMPIRE
FRANKISH KINGDOM
KINGDOM OF DONGOLA
Black Sea
Caspian Sea
Mediterranean Sea
Arabian Sea
Red Sea
Persian Gulf
Lisbon
Toledo
Barcelona
Granada
Tangier
Naples
Tunis
Syracuse
Alexandria
Damascus
Jerusalem
Antioch
Mosul
Al Kufah
Al Basrah
Shiraz
Kabul
Muscat
Aden
Aksum

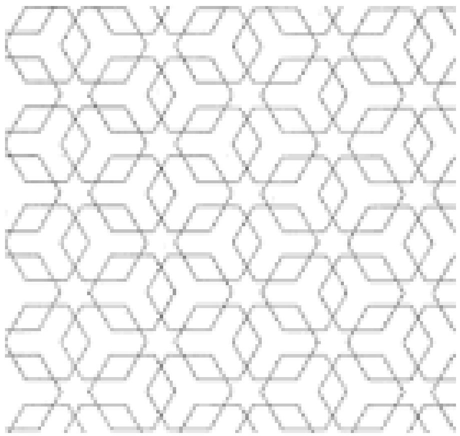
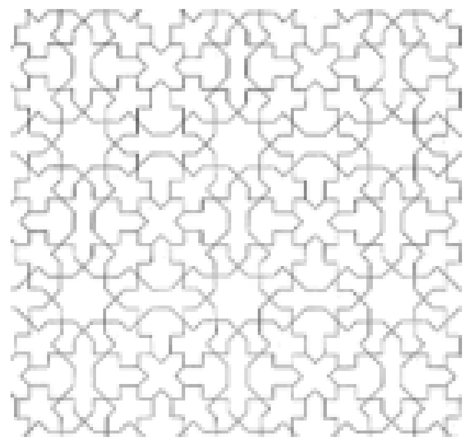
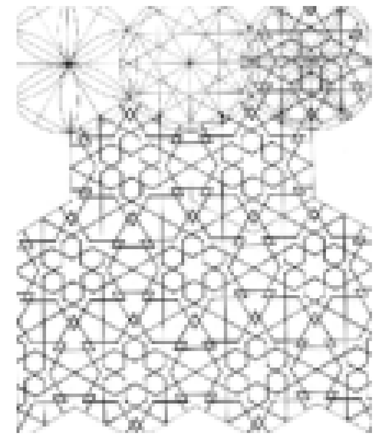
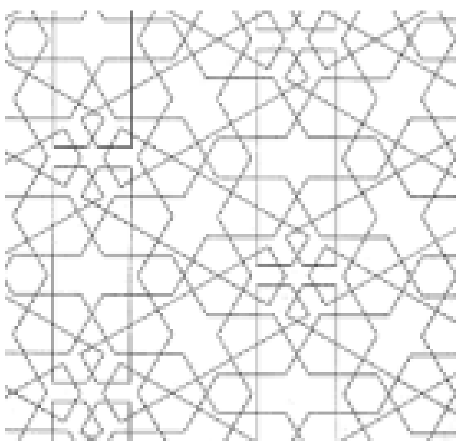
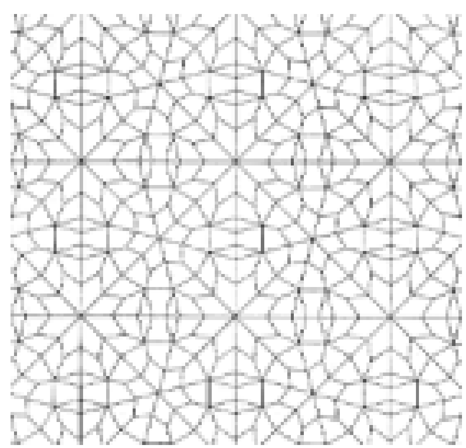
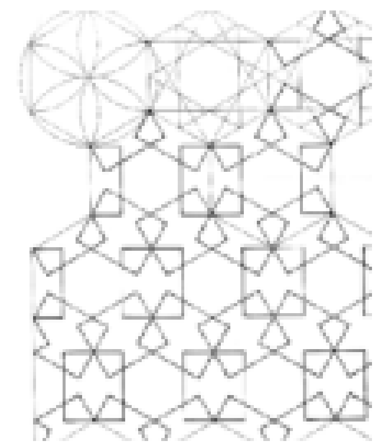
Umar ibn al-Chattab, także Omar (عمر بن الخطاب) (ok. 591-3.11.644)

- Drugi kalif, drugi z czterech zwanych sprawiedliwymi
- Jeden z twórców potęgi imperium arabsko-muzułmańskiego
- Nakazał zniszczyć zagarnięte w Iranie księgozbiory:

Jeżeli księgi te zawierają prawdę, to my od Allaha mamy to, co jeszcze lepiej do niej prowadzi;

jeżeli zawierają fałsz, to są niepotrzebne.

Symetrie islamskie

Dom Mądrości w Bagdadzie
(بيت الحكمة, Bayt Ul-Hikma)

- Założony przez kalifów z rodu Abbasydów

  Harun ar-Raszid (arab. هارون الرشيد)
- Rozkwit Domu Madrości

  Al-Mamun (arab. ابوجعفر عبدالله المأمون)

Dom Mądrości w Bagdadzie
(بيت الحكمة, Bayt Ul-Hikma)

- Biblioteka

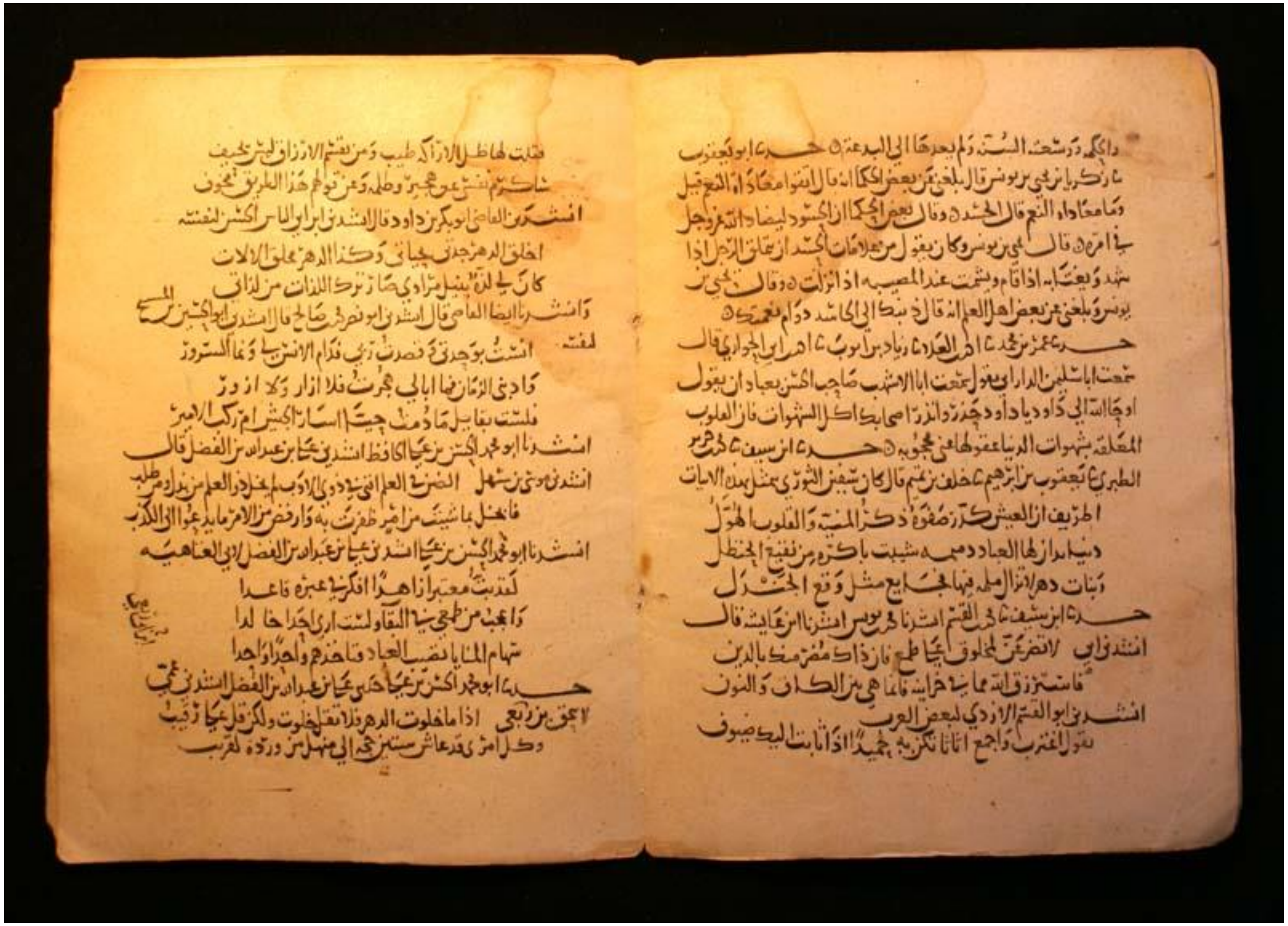
  Przetrwanie *Elementów* i *Almagestu*,

  dzieł hinduskich
- Obserwatorium astronomiczne

  Wszystkie większe gwiazdy zmienne mają nazwy arabskie

Najstarszy manustrypt naukowy z czasów **Abbasydów**

lub manustrypt *Baśni z tysiąca i jednej nocy*



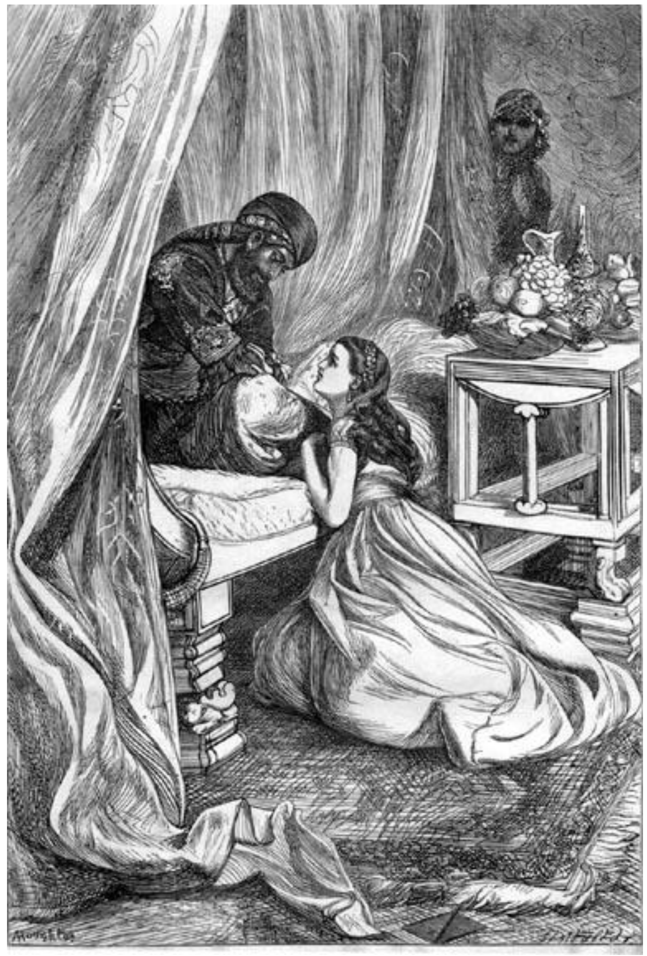
Autor: Danieliness na wikipedia

Baśnie z tysiąca i jednej nocy

(IX-X w.)

XIII w.

Sułtan Szachrijar i Szeherezada



Alibaba

Abu Abdullah Muhammed ibn Musa al-Chwarizmi (أبو عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي)(ok.780-ok.850)

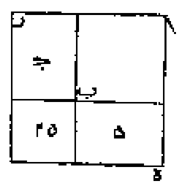
Pers z Domu Mądrości
al-Chwarizmi pochodzi z Chorezmu
Jeden z jego przydomków al-Mudżusi
pochodzi z rodziny kapłanów Zoroastra
- magów (po arabsku *madżus*)

Al-Kitāb al-mukhtaṣar fī hīsāb al-ğabr wa’l-muqābala

'الكتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة

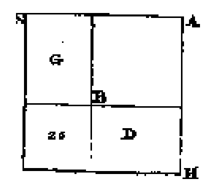
Krótka księga
o rachunku algebry i almukabały.

علي تسعة وثلثين ليتم السطح الاعظم الذي هو سطح ره فبلغ
ذلك كله اربعة وستين فاخذنا جذرها وهو ثمانية وهو احد
اضلاع السطح الاعظم فاذا نقصنا منه مثل ما زدنا عليه وهو
خمسة بقي ثلثة وهو ضلع سطح اب الذي هو المال وهو جذره
والمال تسعة وهذه صورته



واما مال واحد وعشرون درهما يعدل عشرة اجذاره فانا
نجعل المال سطحا مربعا مجهول الاضلاع وهو سطح اد ثم نضم
اليه سطحا متوازي الاضلاع عرضه مثل احد اضلاع سطح اد وهو
ضلع هن والسطح هب فصار طول السطحين جميعا ضلع جه
وقد علمنا ان طوله عشرة من العدد لان كل سطح مربع
متساوي الاضلاع والزوايا فان احد اضلاعه مضروبا في واحد جذر
ذلك السطح وفي اثنين جذراه فلما قال مال واحد وعشرون
يعدل عشرة اجذاره علمنا ان طول ضلع هج عشرة اعداد لان
ضلع جد جذر المال فقسمنا ضلع جه بنصفين على نقطة

the first quadrate, which is the square, and the two quadrangles on its sides, which are the ten roots, make together thirty-nine. In order to complete the great quadrate, there wants only a square of five multiplied by five, or twenty-five. This we add to thirty-nine, in order to complete the great square S H. The sum is sixty-four. We extract its root, eight, which is one of the sides of the great quadrangle. By subtracting from this the same quantity which we have before added, namely five, we obtain three as the remainder. This is the side of the quadrangle A B, which represents the square; it is the root of this square, and the square itself is nine. This is the figure:—



*Demonstration of the Case: "a Square and twenty-one Dirhems are equal to ten Roots."**

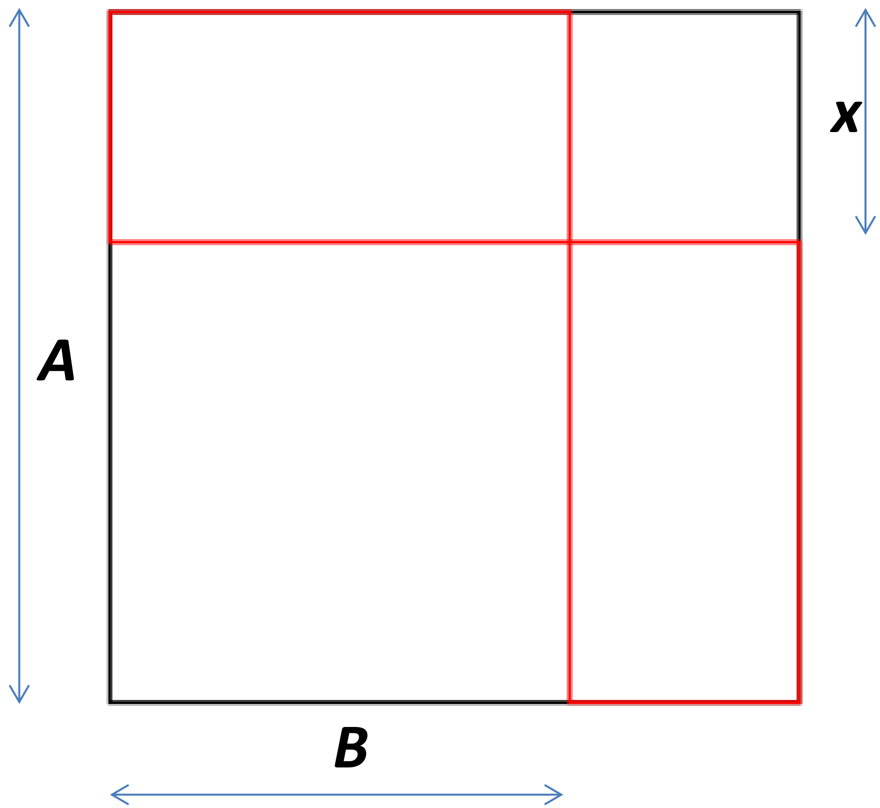
We represent the square by a quadrate A D, the length of whose side we do not know. To this we join a parallelogram, the breadth of which is equal to one of the sides of the quadrate A D, such as the side H N. This parallelogram is H B. The length of the two

al-ğabr i a'l-muqābala

- $x^2+(10-x)^2=58$
- $2x^2+100-20x=58$
- ***al-ğabr***
- $2x^2+100=58+20x$
- ***al-ğabr*** (uzupełnienie) czyli w razie pojawienia się wyrazów o współczynnikach ujemnych dodawano wyrazy przeciwny do obu stron.
- $2x^2+100=58+20x$
- ***a'l-muqābala***
- $x^2+21=10x$
- ***a'lmuqābala***

  (przeciwstawianie) czyli wyrazy podobne łączono w jeden i współczynnik przy x^2 sprowadzano do jedności.

Rozwiązanie równania
$x^2+ax=b$



$A^2=x^2+B^2+2Bx$

$x^2+2Bx=A^2-B^2$

$a=2B,\ b=A^2-B^2$

$B=a/2$

$A^2=b+B^2=b+a^2/4$

$x=A-B$

$$x=\sqrt{b+\frac{a^2}{4}}-\frac{a}{2}$$

Dixit Algorizmi czyli

Tako rzecze Al-chwarizmi

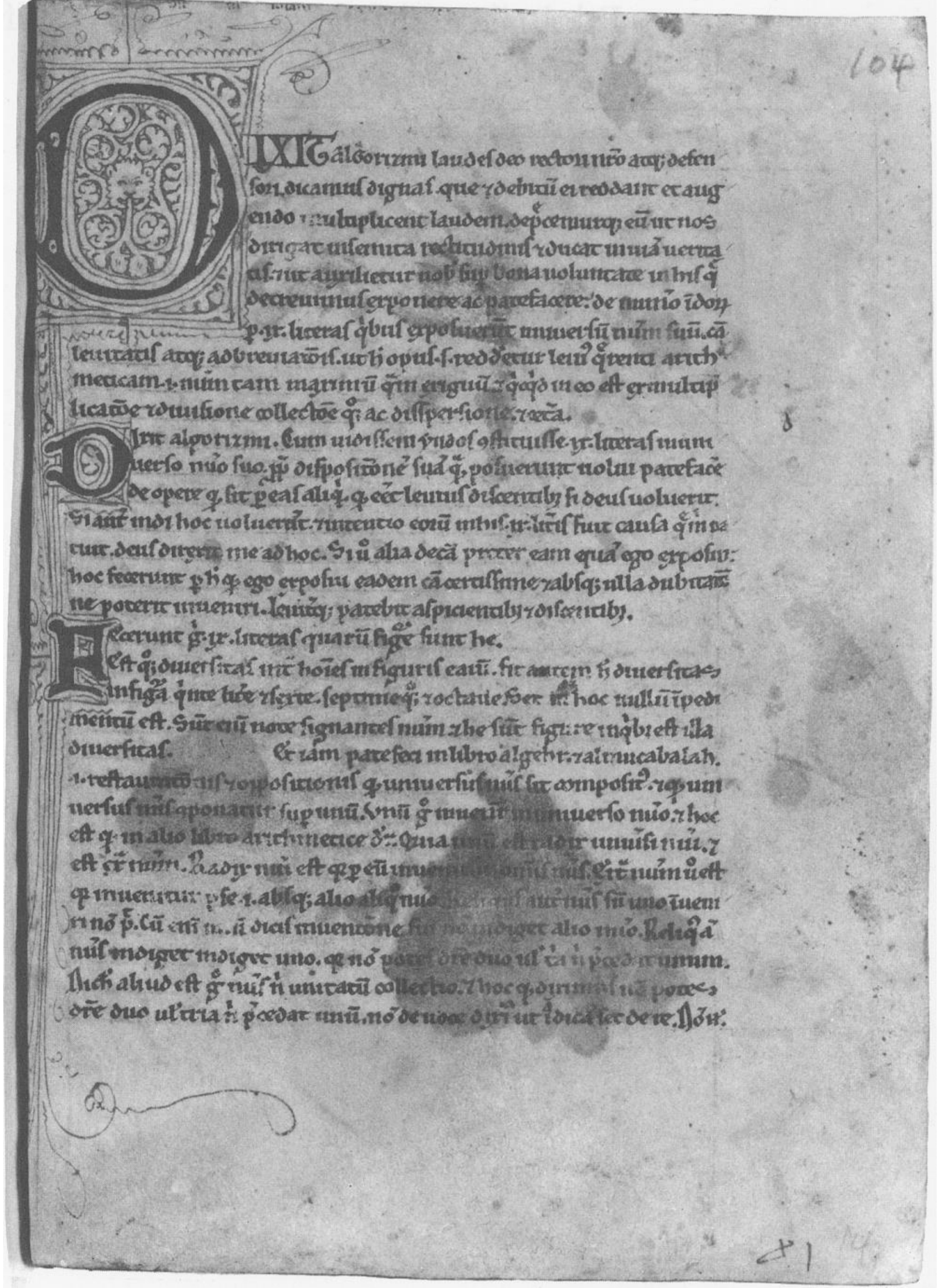
lub

Algoritmi de numero Indorum czyli

Al-chwarizmi o rachunku Indyjskim

tłumaczenie łacińskie

Kitāb al-Jam wa-l-tafrīq bi-ḥisāb al-Hind



Dixit Algorizmi

- *Kiedy zobaczyłem, że Hindusi zestawiali z dziewięciu liter każdą swą liczbę, dzięki położeniu jakie ustawili, zapragnąłem wyjawić, o ile to się spodoba Bogu, co otrzymuje się z tych liter, aby ułatwić to uczącemu się...*
- *maleńkie kółko, podobne do* **o***, aby po nim można było poznać, że rząd ... jest pusty.*

Ewolucja cyfr indyjsko-arabskich

European	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Arabic-Indic	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
Eastern Arabic-Indic (Persian and Urdu)	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
Devanagari (Hindi)	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९
Tamil		௧	௨	௩	௪	௫	௬	௭	௮	௯

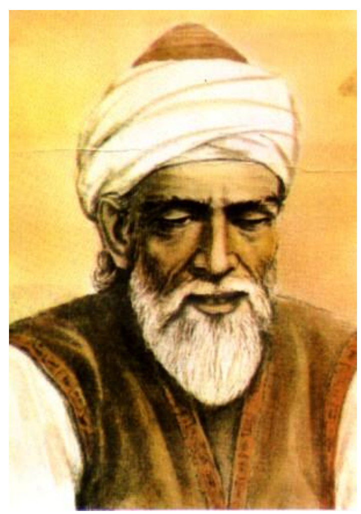
Al-Battani

(łac. *Albategnius*, ar. أبو عبد الله محمد بن جابر بن سنان الحراني الصابي البتاني)
(855-923)

Tablice kotangensów co jeden stopień,
Wzory trygonometryczne:
$tg(x)=\sin(x)/\cos(x)$
$\cos(x)=\sin(\pi/2-x)$
Rozwiązanie równania:
$\sin(x)=a \cos(x)$

Abu al-Wafa (940-998)

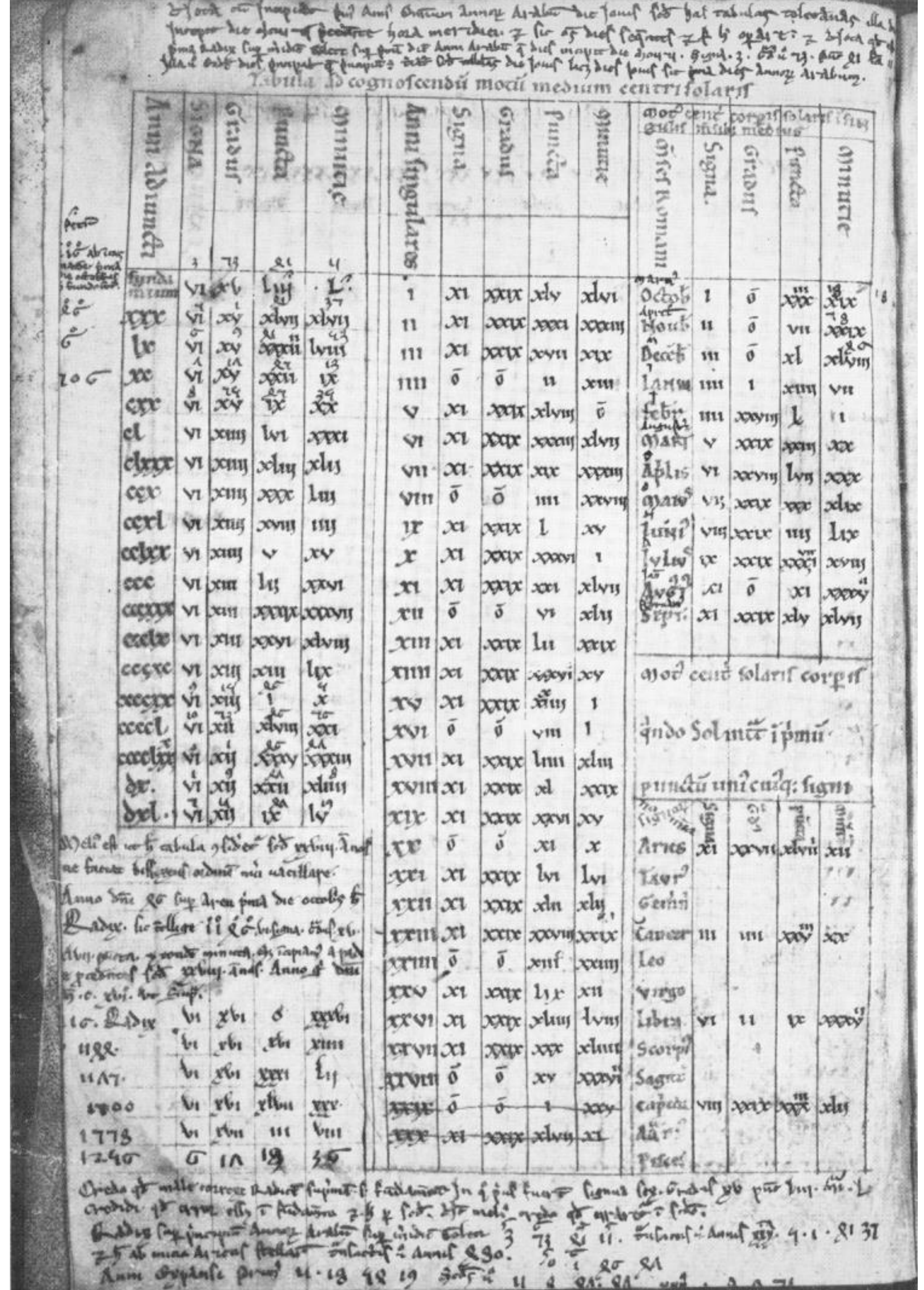
- Tablice kotangensów co 15’,
  z wartościami do 8 cyfr po przecinku,
  wzór kosinusów dla geometrii sferycznej



tłumaczenie łacińskie

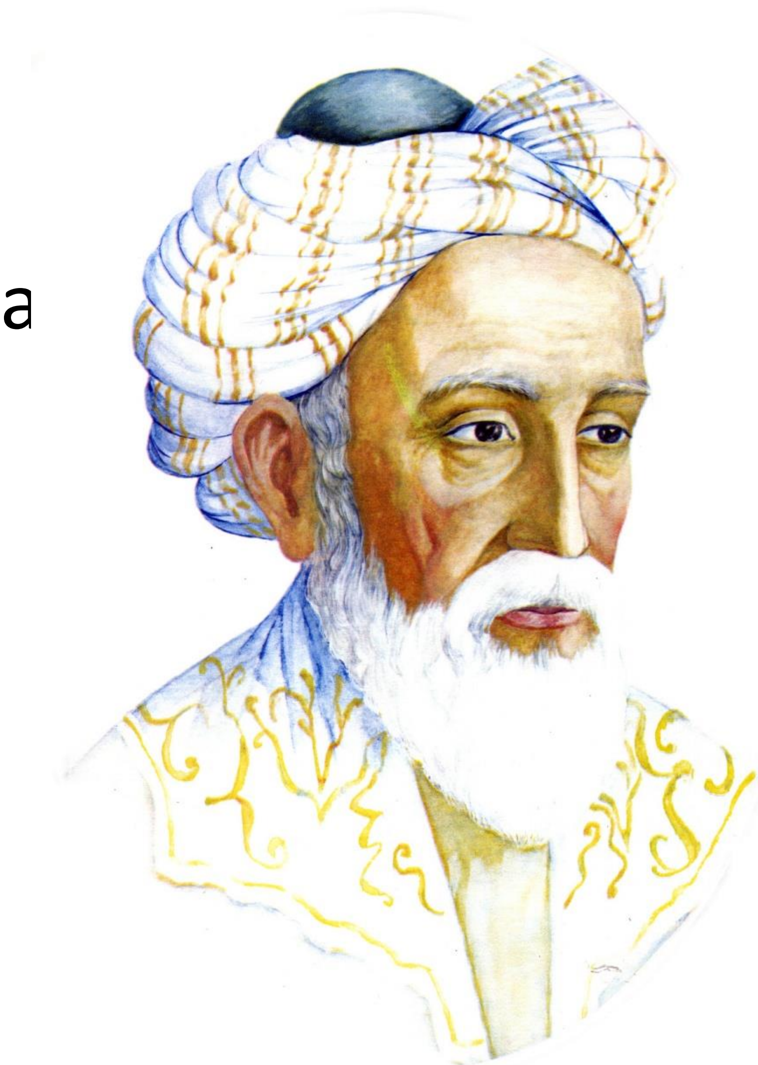
Al-Khwārizmī's Zīj al-Sindhind

tablice trygonometryczne funkcji sinus i cosinus



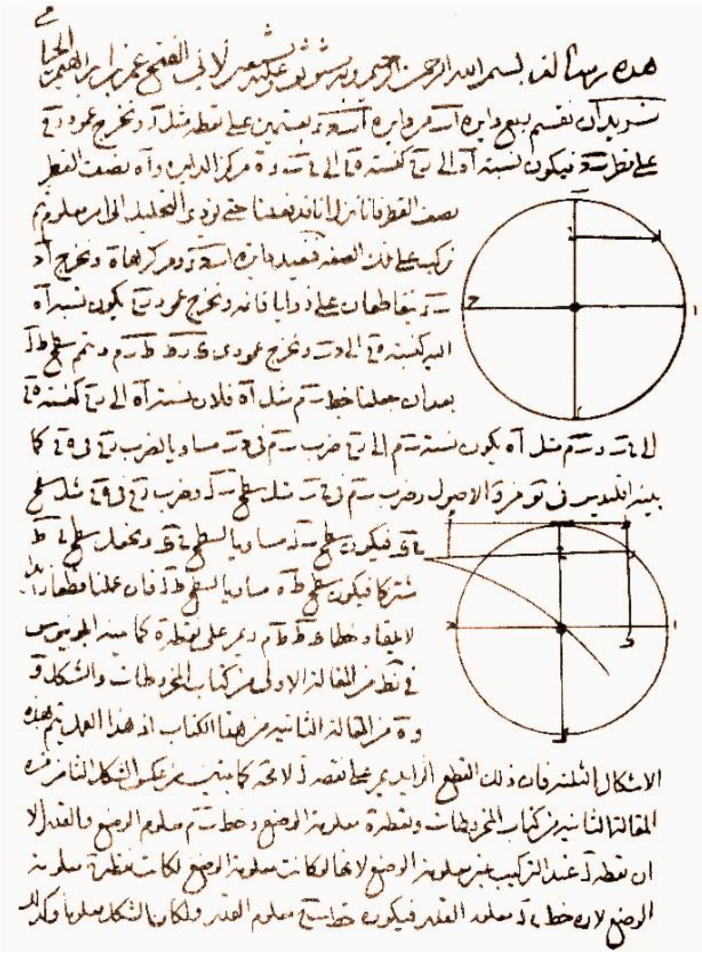
Omar Chajjam (31.05.1048-4.12.1131)

- Po arabsku „fabrykant namiotów”
- Równania trzeciego stopnia
- Teoria równoległych
- Poeta



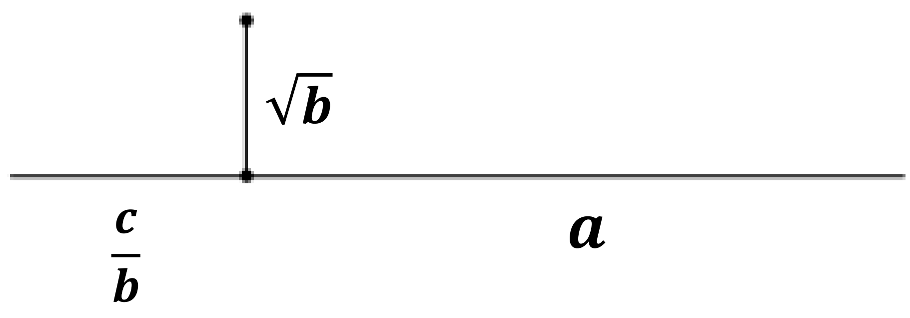
Omar Chajjam
O dowodach zadań algebry (1074)

Algebra to nauka o równaniach (algebraicznych).
Badanie równań 3-go stopnia o dowolnych dodatnich współczynnikach.
14 klas kanonicznych równań.
Dobieranie odpowiadających klasie par stożkowych i wyznaczanie możliwej liczby i granic pierwiastków.

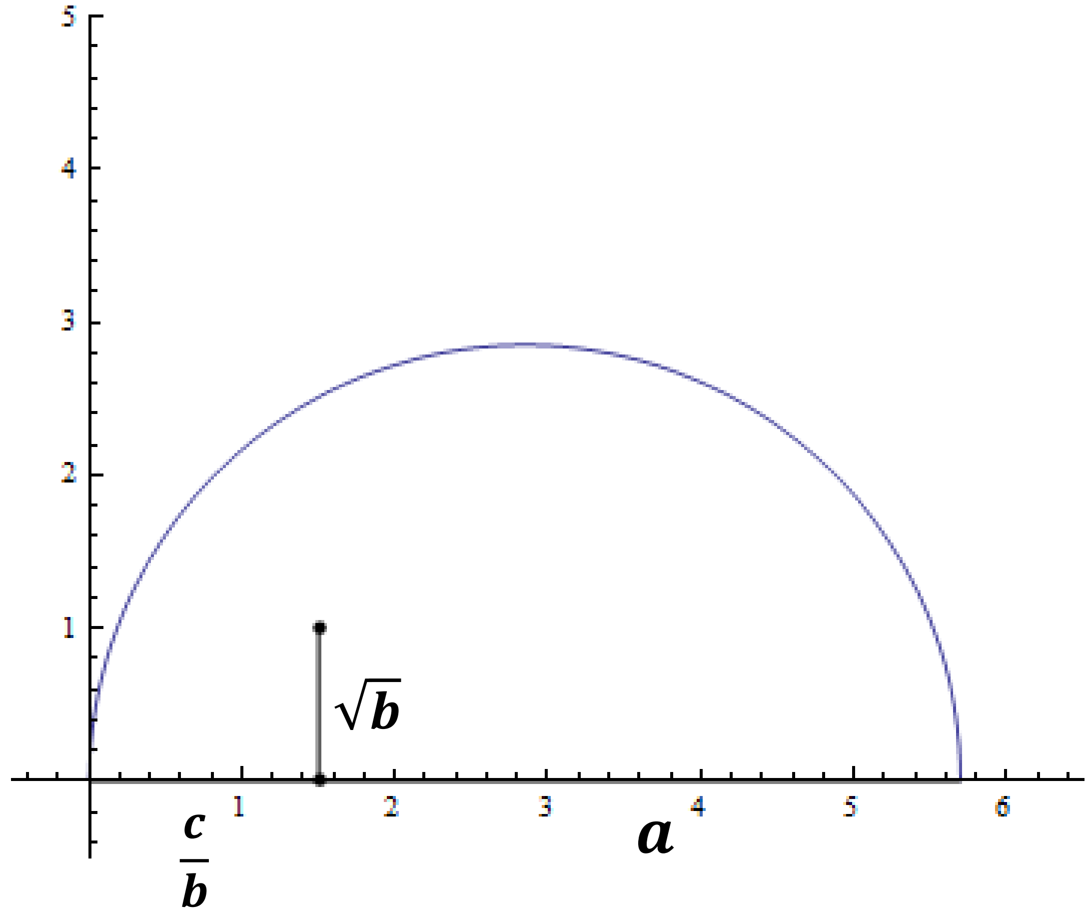


Omara Chajjama rozwiązanie równania

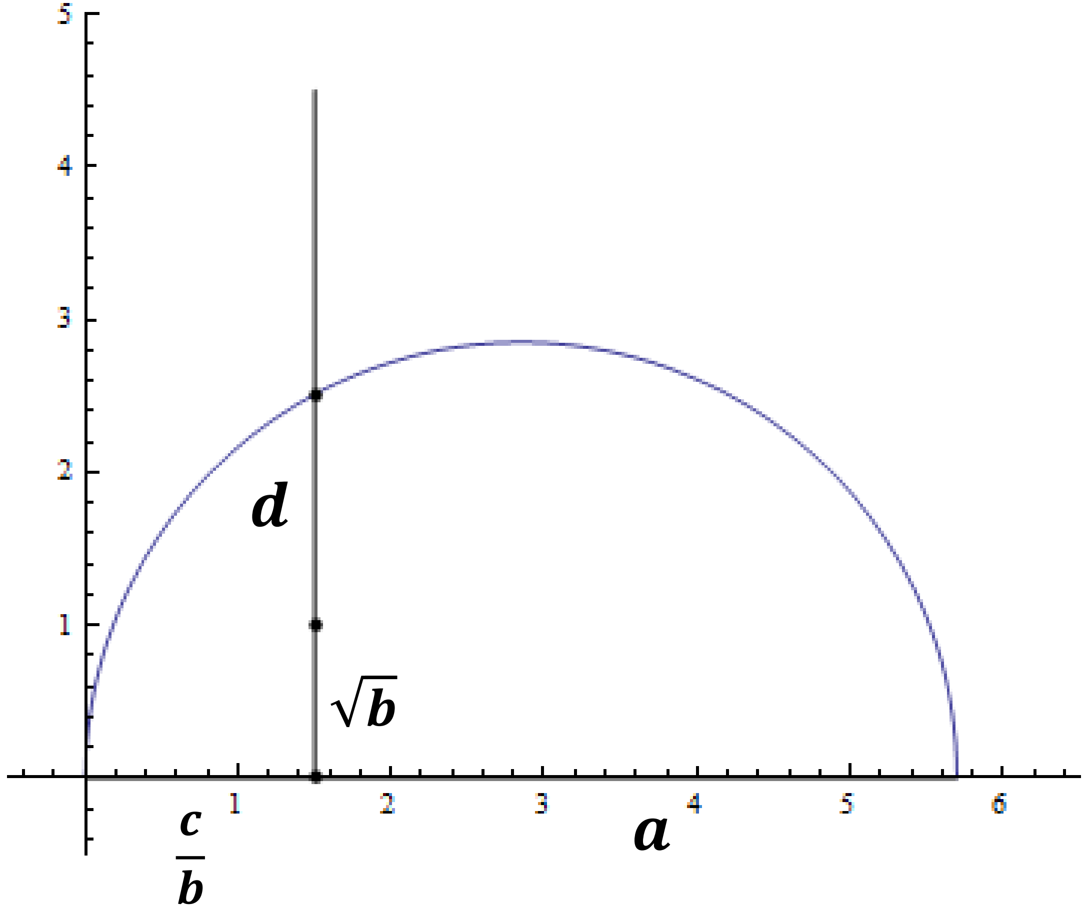
$$x^3 + bx + c = ax^2$$



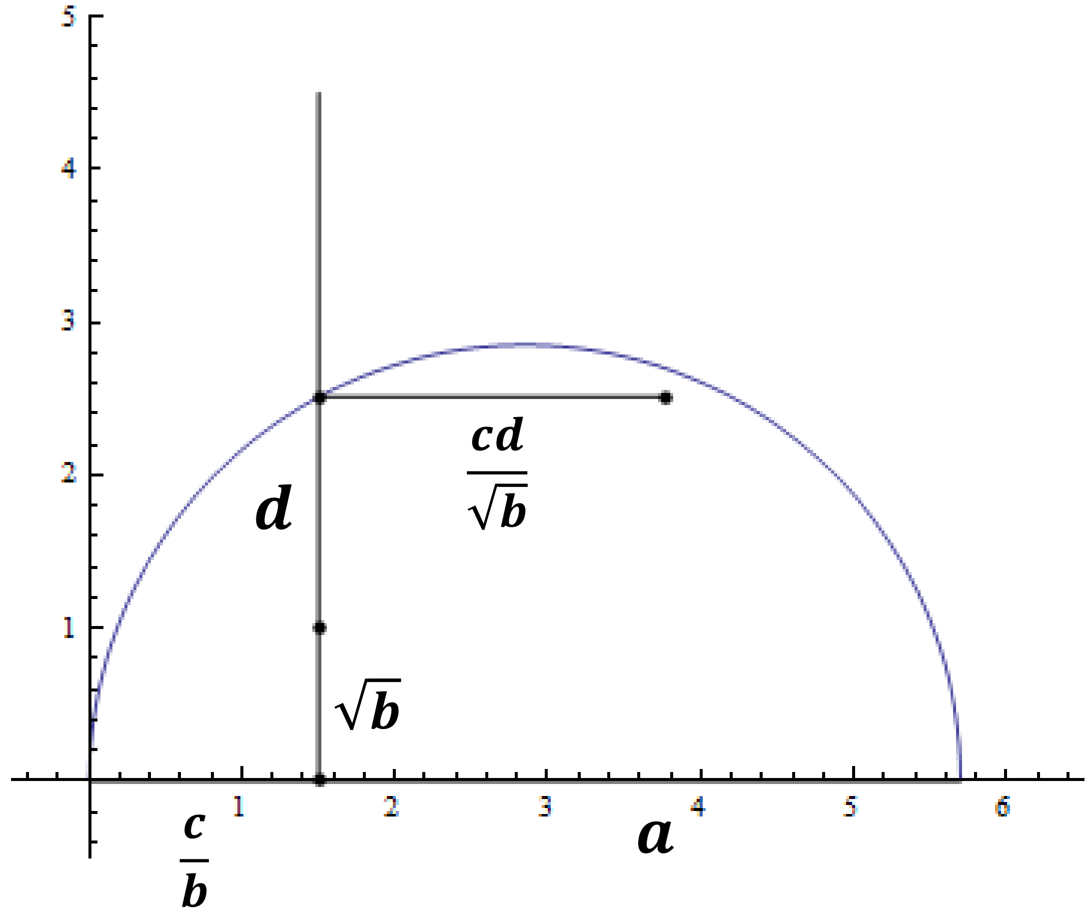
Omara Chajjama rozwiązanie równania $x^3 + bx + c = ax^2$



Omara Chajjama rozwiązanie równania $x^3 + bx + c = ax^2$

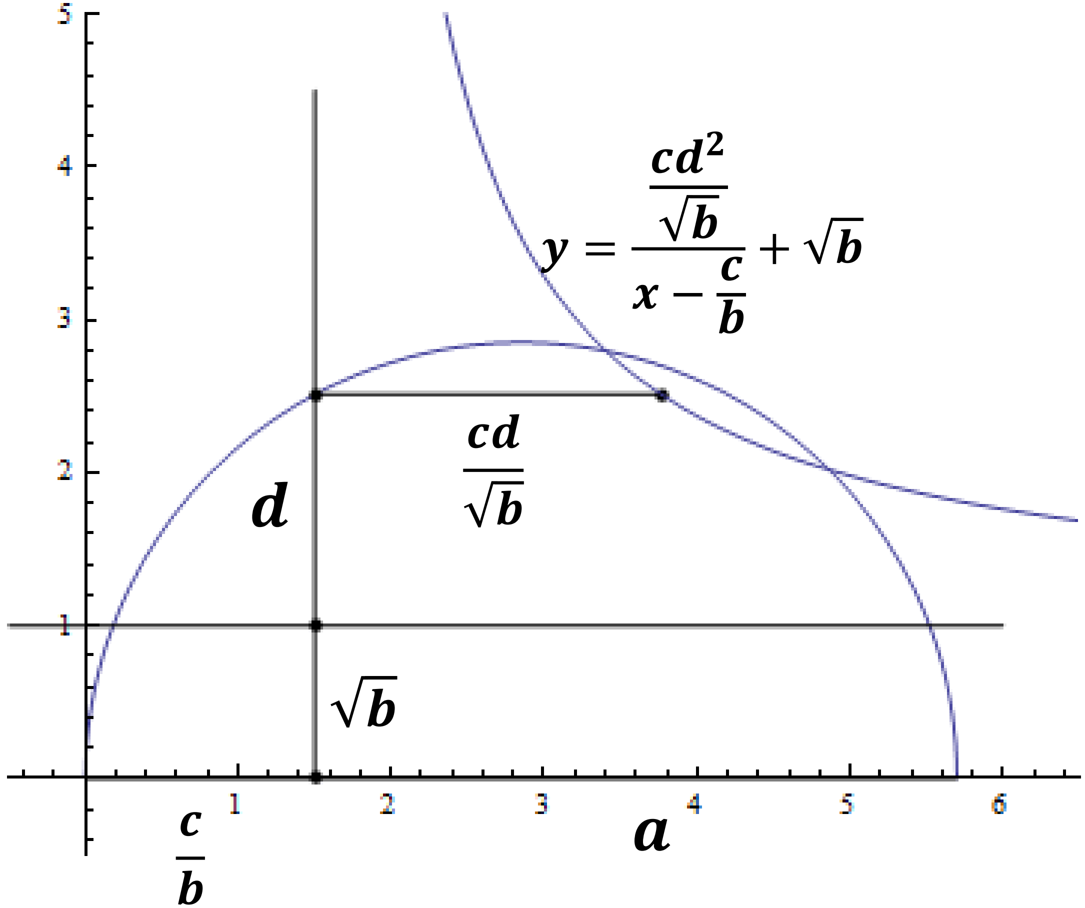


Omara Chajjama rozwiązanie równania $x^3 + bx + c = ax^2$

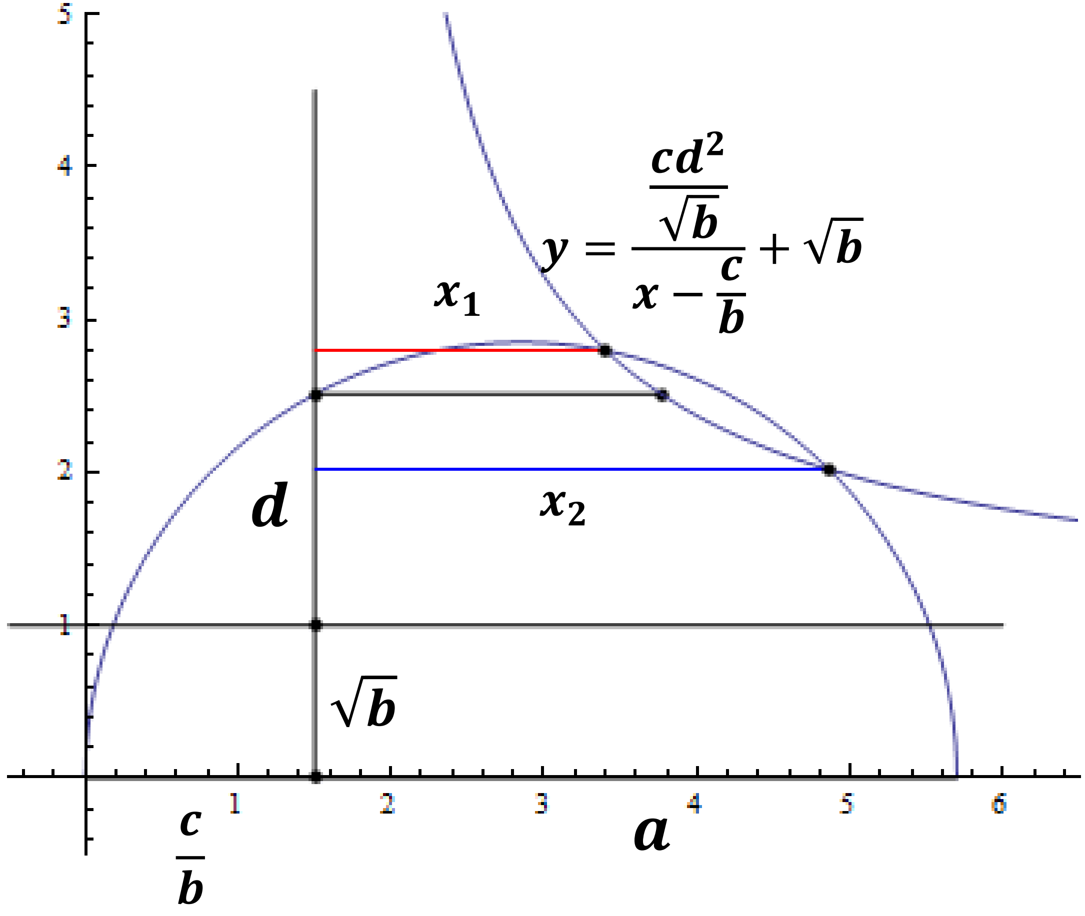


Omara Chajjama rozwiązanie równania

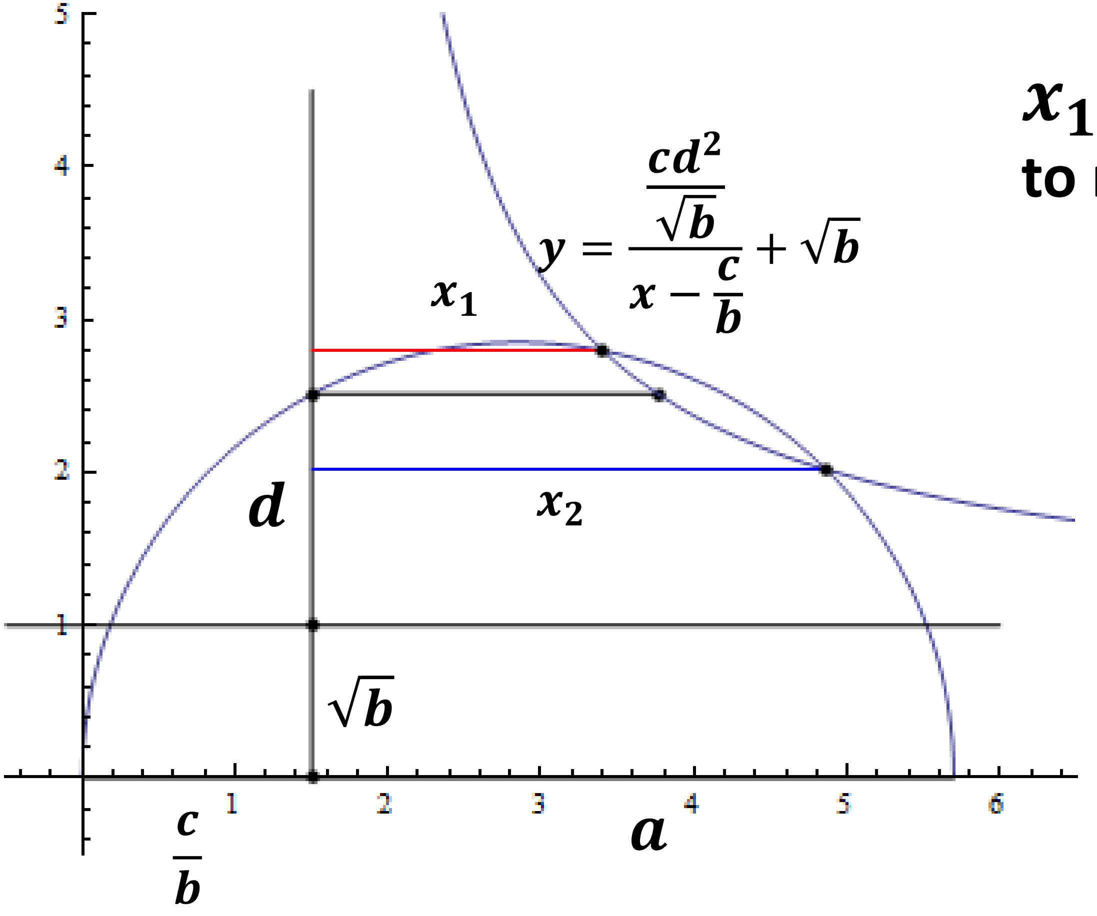
$$x^3 + bx + c = ax^2$$



Omara Chajjama rozwiązanie równania $x^3 + bx + c = ax^2$



Omara Chajjama rozwiązanie równania $x^3 + bx + c = ax^2$



x_1, x_2 to rozwiązania

Omar Chajjam

Traktat o trudnościach stosunku

- Teoria stosunków w V księdze *Elementów* jest poprawna,

  ale nie wyraża zasadniczej istoty proporcji.
- Dwa stosunki A:B, C:D są równe wtedy i tylko wtedy,

  gdy A/B i C/D mają równe kolejne redukty w rozwinięciu w ułamek łańcuchowy.

Dwie greckie koncepcje wprowadzenia liczb rzeczywistych

M. Kordos ,,Wykłady z historii matematyki"

Teajtetos (410-369 p.n.e.)

Dla **A**, **B** wielkości tego samego rodzaju istnieje największa naturalna **n** taka, że **A≥nB**.

A=nB albo **C=A-nB<B**

Powtarzamy konstrukcję dla wielkości **C<B** powtarzamy konstrukcję (dzielenie z resztą, algorytm Euklidesa)

Otrzymujemy ciąg

$$(n_1;n_2,n_3,\ldots)$$

opisujący proporcję **A** i **B**.

Eudoksos (ok. 410-355 p.n.e.)

Wielkości **A**, **B** tego samego rodzaju tworzą tę samą proporcję co wielkości **F**, **G** tego samego rodzaju (choć może innego rodzaju niż **A**, **B**), gdy dla każdej pary liczb naturalnych **(m, n)** zachodzą warunki

Jeśli **mA<nB**, to **mF<nG**,

jeśli **mA=nB**, to **mF=nG**,

jeśli **mA>nB**, to **mF>nG**.

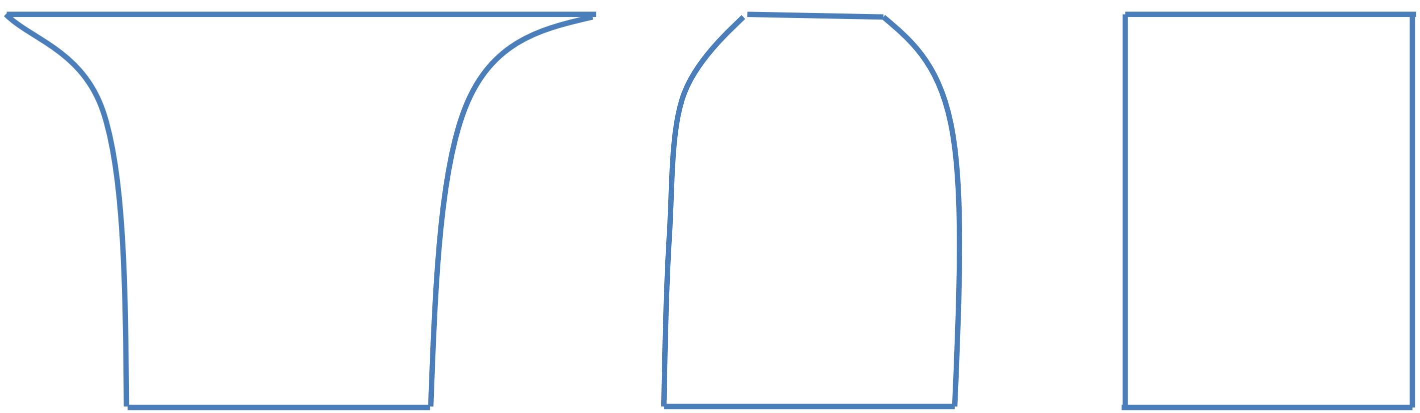
Elementy, Księga I – Postulaty
http://www.matematycy.interklasa.pl/euklides/

- Postulat 1. Można poprowadzić prostą od któregokolwiek punktu do któregokolwiek punktu.
- Postulat 2. Ograniczoną prostą można przedłużyć nieskończenie.
- Postulat 3. Można zakreślić okrąg z któregokolwiek punktu jako środka dowolną odległością.
- Postulat 4. Wszystkie kąty proste są między sobą równe.
- Postulat 5. Jeżeli prosta przecinająca dwie proste tworzy z nimi kąty jednostronnie wewnętrzne o sumie mniejszej niż dwa kąty proste, to te dwie proste przedłużone nieskończenie przecinają się po tej stronie, po której znajdują się kąty o sumie mniejszej od dwóch kątów prostych.

Omar Chajjam

Komentarze do trudnych postulatów księgi Euklidesa

Dwie schodzące się proste przecinają się i niemożliwe jest, by dwie schodzące proste rozchodziły się w kierunku, w którym się schodzą .



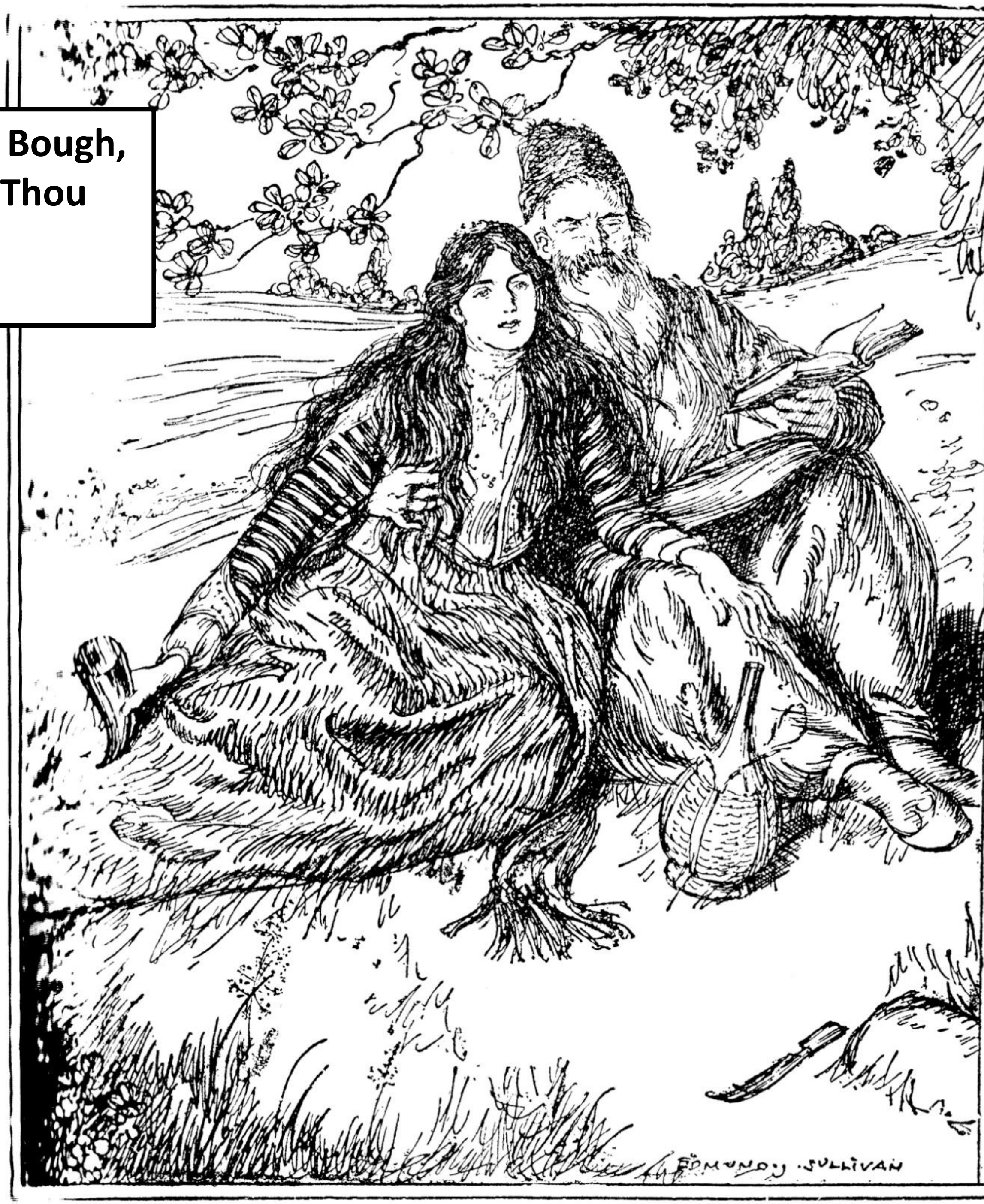
Omar Chajjam
Rubajaty

Nawet na dzień z więzów świata nie mogę się wyzwolić,
nawet jedną chwilę nie jestem szczęśliwy w życiu swoim.
Uczyłem się pilnie przez długie, długie lata,
lecz mimo tego jeszcze świata nie pojąłem.

tłum. Albert Kwiatkowski

Pamiętam czas dawny, gdy będąc studentem
zachwycałem się uczonych argumentem
trafnym i doktorów sławą. Wiem dziś dobrze,
iż dyskusje takie kończą się zamętem.

Here with a Loaf of Bread beneath the Bough,
A Flask of Wine, a Book of Verse - and Thou
Beside me singing in the Wilderness -
And Wilderness is Paradise enow.

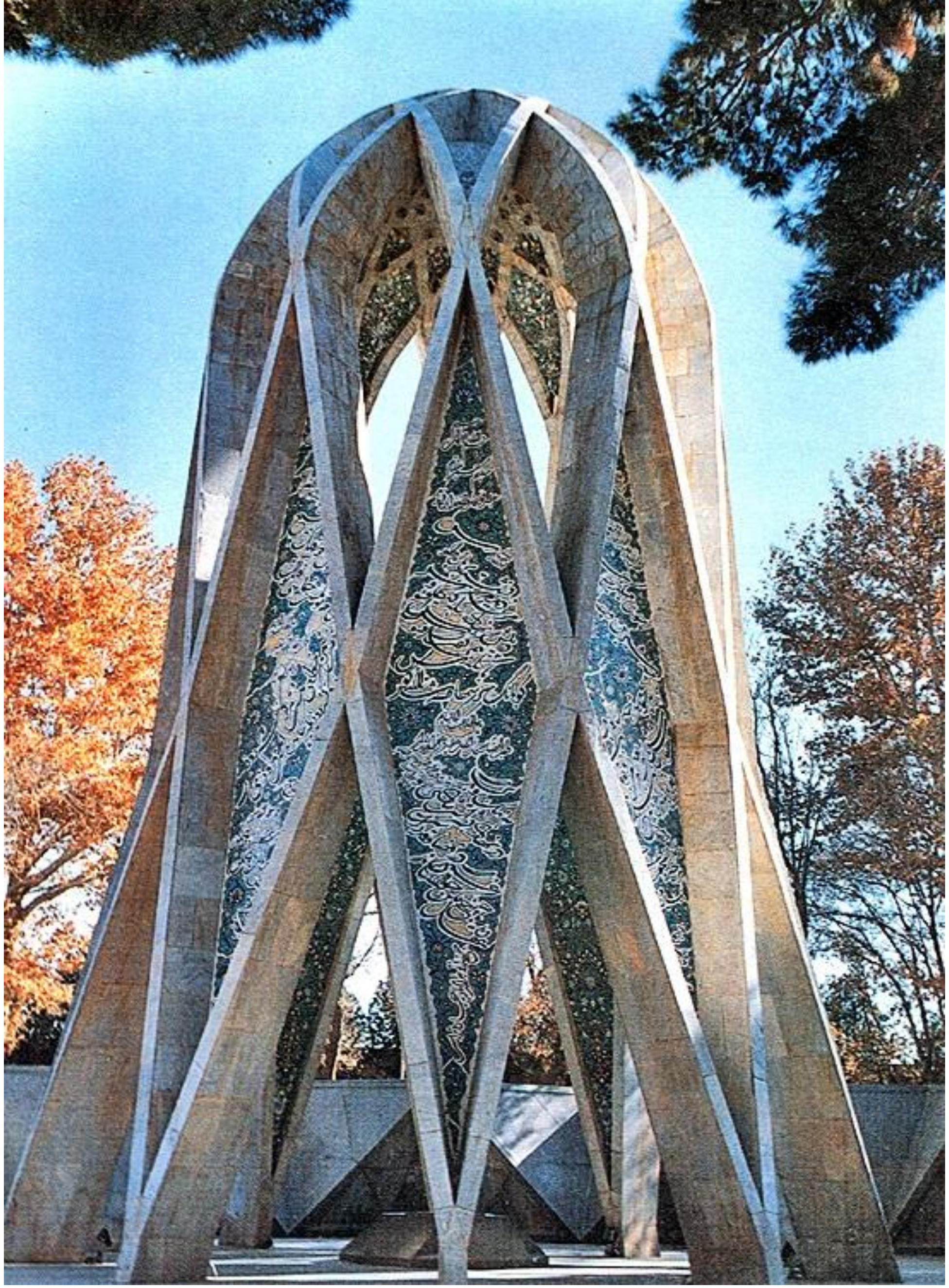


Ilustracja
Edmunda Josepha
Sullivana
do Quatrain 11
w tłumaczeniu
Edwarda Fitzgerarda, 1859

Strona z wydania *Rabayatów* w tłumaczeniu Williama Morrisa, illustrowanego przez Edwarda Burne-Jonesa, 1870.

Współcześni o Chajjamie

- Życie Omara Chajjama stało się kanwą hollywoodzkiej produkcji z 1957 *Omar Khayyam* z rolami Cornela Wilde, Debry Paget, Raymonda Masseya, Michaela Renniego oraz Johna Derek.
- Najświeższą pozycją o życiu Omara Chajjama jest film w reżyserii Amerykanina irańskiego pochodzenia Kayvan'a Mashayekh'a "*The Keeper: the Legend of Omar Khayaam*" (*Strażnik. Legenda Omara Chajjama*)
- Na Księżycu znajduje się krater Omar Chajjam nazwany tak w 1970
- 3095 Omarkhayyam Asteroida 3095 nosi imię Omara Chajjama, nazwana tak po jej odkryciu w 1980 roku.
- Salman Rushdie poświęcił swoją nowelę *Shame* - Omarowi Chajjamowi.



Krypta Chajjama w Nishapur w Iranie

al-Kaszi

(ok.1380 Kaszan, Iran – 22.06.1429 Samarkanda)

- Wprowadził ułamki dziesiętne
- Twierdzenie kosinusów
- *Traktat o okręgu*

przybliżona wartość π

$$\pi=3,141\ 593\ 653\ 589\ 793\ 25$$

$$\pi=3,141\ 593\ 653\ 589\ 793\ 238$$

użył wielokątów foremnych o $3 \cdot 2^{28}$ bokach

Bibliografia

•Marek Kordos ,,Wykłady z historii matematyki" SCRIPT, Warszawa 2006.
•Witold Więsław ,,Matematyka i jej historia", NOWIK, Opole 1997.
•,,Historia nauki arabskiej. Tom2. Nauki matematyczne i fizyczne" pod redakcją Roshdiego Rasheda we współpracy z Regisem Morelonem, Wyd. Akademickie DIALOG, Warszawa 2001.
•Ian Stewart ,,Oswajanie nieskończoności. Historia matematyki" Prószyński i S-ka, Warszawa 2010.
•Ian Stewart ,,Dlaczego prawda jest piękna " Prószyński i S-ka, Warszawa 2012.
•Wikipedia, hasła różne i linki zewnętrzne do nich.
•Michał Szurek ,,Matematyka dla humanistów" RTW, Warszawa 2000.
•Philip J. Davis, Reuben Hersh ,,Świat matematyki" Warszawa PWN 1994.
•Marcus du Sautoy „The Story of Maths", Serial BBC4, 2008 (w Polsce ,,Historia matematyki" Planete) http://open2.net/storyofmaths/abouttheseries.htm
•Izabela Bondecka-Krzykowska „Przewodnik po historii matematyki " Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2006.
•A. P. Juszkiewicz„Historia matematyki wieków średnich" Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1969.
•Dirk J. Struik „Krótki zarys historii matematyki do końca XIX wieku" Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1963.
•„Historia matematyki" pod redakcją A. P. Juszkiewicza, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1975.