

Imię i nazwisko:

Zaznacz X prawdziwe odpowiedzi lub uzupełnij w miejscu Każda odpowiedź za 2 punkty.

- (1) (A) Prawo de Morgana: $\sim (\forall x \psi(x)) \Leftrightarrow \dots$
 (B) Niech X będzie zbiorem. Relacja $\rho \subset X \times X$ jest symetryczna $\Leftrightarrow \dots$
 (C) Wyznacznik macierzy $(A^{-1})^T$ wynosi \dots
- (2) Niech X, Y będą zbiorami. Niech $A \subset Y$ i niech $f : X \rightarrow Y$ będzie funkcją.
 (A) Przeciwobrazem zbioru A jest zbiór $f^{-1}(A) = \dots$
 (B) f jest injekcją $\Leftrightarrow \dots$
 (C) Niech $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R} g(x) = x^4 + 3$. Wtedy $g^{-1}((-3, -2]) = \dots$
- (3) Niech V, W będą przestrzeniami liniowymi nad ciałem \mathbb{K} . (A) Jądro przekształcenia liniowego $\phi : V \rightarrow W$ to $\ker \phi = \dots$
 (B) Obraz przekształcenia liniowego $\phi : V \rightarrow W$ to \dots
 (C) Rząd przekształcenia liniowego $\psi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, \psi(x, y, z) = (x - y + z, 2x - 2y + z)$ wynosi \dots , baza jądra ψ to \dots
- (4) (A) Niech $(P, +, \cdot)$ będzie pierścieniem. Wtedy $\forall a \in P a \cdot 0 = 0 \cdot a = \dots$
 (B) Spośród $(\mathbb{Q}, +, \cdot), (\mathbb{N} \cup \{0\}, +, \cdot), (\mathbb{Z}, +, \cdot)$ ciałami są \dots
 (C) Jeśli $1 + j, 7 - 2j$ są pierwiastkami $p(x) = x^5 - 17x^4 + 99x^3 - 217x^2 + 240x - 106$ to pozostałe pierwiastki $p(x)$ to \dots
- (5) (A) $(\frac{2-j}{j+3})^{90} = \dots$
 (B) Jeśli λ jest wartością własną macierzy A to $(\lambda^3 - 1) \cdot \chi_A(\lambda) = \dots$
 (C) Wartościami własnymi przekształcenia $\phi(x, y, z) = (2x, 3x - 3y, x - y + 4z)$ są \dots

Przepisz poniższe zadania i rozwiąż na oddzielnych kartkach. Każde zadanie za 10 punktów.

- (6) Przedyskutować rozwiązalność układu równań w zależności od parametru b i wyznaczyć rozwiązania:

$$\begin{cases} bx & +(b+2)y & +(2b+4)z & = & 7 \\ (b+2)x & +(3b+2)y & +16z & = & 5 \\ x & +y & +z & = & -1 \end{cases}$$

- (7) Policzyc B^{100} , gdzie $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

- (8) Rozłożyć na ułamki proste nad \mathbb{C} funkcję wymierną $\frac{19+3z+2z^2+z^3}{20+12z+z^2+2z^3+z^4}$