

- *Para uporządkowana.* Para uporządkowana  $(a, b)$  jest równa parze uporządkowanej  $(c, d)$ , jeśli  $a = c$  i  $b = d$ .
- *Iloczyn (produkt) kartezjański.* Iloczynem kartezjańskim zbiorów  $A$  i  $B$  jest zbiór  $A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$   
Przykłady:  $\{1, 2\} \times \{2, 3, 4\}$ ,  $|A \times B| = |A||B|$ ,  $R^2 = R \times R$ ,  $R^3 = R^2 \times R$ ,  $\langle 0, 1 \rangle \times \langle 2, 6 \rangle$ .
- *Relacja.* Relacją między zbiorami  $A$  i  $B$  nazywamy dowolny podzbiór  $\rho$  zbioru  $A \times B$ .  
Mówimy, że  $a$  jest w relacji  $\rho$  z  $b$  i piszemy  $a\rho b$ , jeśli  $(a, b) \in \rho$   
Funkcją z  $A$  w  $B$  nazywamy relację  $F$  między  $A$  i  $B$  spełniającą następujący warunek:  $\forall a \in A \exists! b \in B aFb$ .  
Relacja  $\rho$  w  $X$  (między  $X$  i  $X$ ) jest:
  - *zwrotna*, jeśli  $\forall x \in X x\rho x$ .
  - *symetryczna*, jeśli  $\forall x, y \in X x\rho y \Rightarrow y\rho x$
  - *antysymetryczna*, jeśli  $\forall x, y \in X (x\rho y \wedge y\rho x) \Rightarrow x = y$
  - *przechodnia*, jeśli  $\forall x, y, z \in X (x\rho y \wedge y\rho z) \Rightarrow x\rho z$
- *Relacja równoważności.* Relacja  $\rho$  w  $X$  jest *relacją równoważności* w  $X$ , jeśli  $\rho$  jest zwrotna, symetryczna i przechodnia.  
*Klasą abstrakcji* elementu  $x \in X$  nazywamy zbiór  $[x] = \{y \in X : x\rho y\}$ .

$$[x] \cap [y] = \begin{cases} \emptyset \\ [x] (= [y]) \end{cases}$$

$X/\rho = \{[x] : x \in X\}$ ,  $\pi : X \ni x \mapsto [x] \in X/\rho$ .

Przykłady:  $X$ -dowolny zbiór z relacją  $=$ ; dla dowolnego  $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$   $n, m \in \mathbb{Z}$   $n =_{\text{mod } k} m$ , jeśli  $k$  dzieli  $n - m$ ; dowolny podział zbioru na zbiory parami rozłączne.

- *Relacja częściowego porządku.* Relację  $\preceq$  nazywamy *relacją częściowego porządku* w  $X$ , jeśli  $\preceq$  jest zwrotna, antisymetryczna i przechodnia.  $(X, \preceq)$  nazywamy *zbiorem częściowo uporządkowanym*.  
Przykłady:  $(\mathbb{R}, \leq), (\mathbb{R}, \geq), (2^A, \subset)$  dla dowolnego zbioru  $A$ , dla  $(\mathbb{N} \setminus \{0\}, |)$ , gdzie  $n|m$ , jeśli  $n$  dzieli  $m$ .  
 $x \in X$  nazywamy elementem *najmniejszym* (*największym*), jeśli  $\forall y \in X x \preceq y$  ( $\forall y \in X y \preceq x$ ).  
 $x \in X$  nazywamy elementem *minimalnym* (*maksymalnym*), jeśli  $\forall y \in X y \preceq x \Rightarrow y = x$  ( $\forall y \in X x \preceq y \Rightarrow y = x$ ).  
 $P \subset X$  jest *łańcuchem*, jeśli  $\forall x, y \in P x \preceq y \vee y \preceq x$ .  
 $P \subset X$  jest *ograniczony z dołu* (z *góry*) *przez*  $x$ , jeśli  $\forall y \in P x \preceq y$  ( $\forall y \in P y \preceq x$ ).  
*Kres dolny* zbioru  $P$ - $\inf P$  to największe z jego dolnych ograniczeń.  
*Kres górny* zbioru  $P$ - $\sup P$  to najmniejsze z jego górnych ograniczeń.