

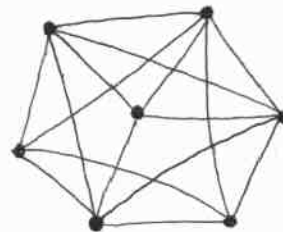
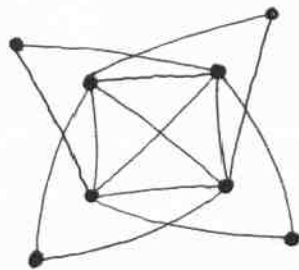
Matematyka Dyskretna
Zestaw zadań nr 10.

1. Pokazać, że dla dowolnego grafu $G = (V, E)$ zachodzi

$$\chi_e(G) \geq \frac{|E|}{\left\lceil \frac{1}{2}|V| \right\rceil},$$

gdzie $\lceil x \rceil$ oznacz część całkowitą liczby x .

2. Niech G będzie grafem, w którym każdy wierzchołek z wyjątkiem jednego ma stopień d . Pokazać, że jeżeli można pokolorować krawędzie grafu G za pomocą d kolorów, to
- (a) G ma nieparzystą liczbę wierzchołków,
 - (b) G ma wierzchołek stopnia zero.
3. Niech G będzie grafem spójnym, w którym każdy wierzchołek ma stopień d . Załóżmy ponadto, że G ma wierzchołek, którego usunięcie rozspójnia G . Pokazać, że $\chi_e(G) = d + 1$.
4. Niech G będzie grafem hamiltonowskim, w którym każdy wierzchołek ma stopień 3. Pokazać, że $\chi_e(G) = 3$
5. Pokazać, że graf $G = (V, E)$ jest dwudzielny wtedy i tylko wtedy, gdy $\chi(G) \leq 2$.
- 6.* Wyznaczyć tabelkę działania ciał $GF(4)$, Z_5 . Na tej podstawie wyznaczyć 3 wzajemnie ortogonalnych kwadratów łacińskich 4×4 , 4 wzajemnie ortogonalne kwadraty łacińskie 5×5 .
7. Wyznaczyć $\chi_e(G)$ i $\chi(G)$ dla poniższych grafów:



Matematyka Dyskretna
Zestaw zadań przygotowawczych do egzaminu.

1. Ile rozwiązań ma równanie w liczbach całkowitych dodatnich nieparzystych podzielnych przez 3.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 6015$$

2. Wyznaczyć drzewa o kodach Prufera $[5, 4, 3, 5, 4, 3]$, $[3, 3, 3, 2, 1, 1, 4]$.
Odpowiedź sprawdzić wyznaczając kody dla tych drzew.

3. Czy każdy graf spójny o 18 wierzchołkach stopnia 1, 2 wierzchołkach stopnia 8, 2 wierzchołkach stopnia 4 jest drzewem?

4. Rozwiązać równanie rekurencyjne:

$$a_n = 3a_{n-1} - 3n^2 + 4n, \quad n \geq 1, \quad a_0 = 1.$$

5. Rozwiązać równanie rekurencyjne:

$$a_{n+2} + 4a_n + 2^{n+3} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) = 0, \quad n \geq 1, \quad a_0 = a_1 = 0.$$

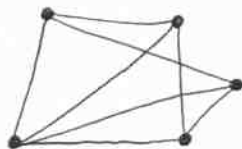
6. Ile jest grafów izomorficznych z grafami A , B , C ?

7. Gracz losuje 7 kart z 52. Obliczyć prawdopodobieństwo, że otrzyma conajmniej jednego asa, conajmniej jednego króla i conajmniej jedną damę?

8. Czy poniższe grafy są hamiltonowskie, eulerowskie, semi-eulerowskie, dwudzielne?

9. Wyznaczyć $\chi_e(G)$ i $\chi(G)$ dla poniższych grafów:

A)



B)



C)

