

Matematyka Dyskretna
Zestaw zadań nr 3

1. Ile jest grafów na zbiorze wierzchołków $\{1, \dots, n\}$ mających dokładnie m krawędzi?
2. Ile jest wszystkich grafów na zbiorze wierzchołków $\{1, \dots, n\}$?
3. Ile jest drzew na zbiorze wierzchołków $\{1, \dots, n\}$ mających
 - (a) wierzchołek stopnia $n - 1$,
 - (b) wierzchołek stopnia $n - 2$,
 - (c) wszystkie wierzchołki stopnia 1 lub 2,
 - (d) stopień wierzchołka 1 równy 1? Policzyć granicę stosunku liczby drzew spełniających ten warunek do liczby wszystkich drzew na tym zbiorze wierzchołków przy $n \rightarrow \infty$.
4. Znaleźć drzewa o podanych kodach Prufera: $[4, 3, 2, 2, 3, 4]$, $[5, 3, 3, 5, 3, 2, 1]$.
Odpowiedź sprawdzić znajdując kody Prufera dla tych drzew.
5. Korzystając tylko z kodu Prufera uzasadnić, że liczba drzew na zbiorze $\{1, \dots, n\}$ takich, że $\delta_i = d_i$ dla $i = 1, \dots, n$ wynosi $\binom{n-2}{d_1-1, \dots, d_n-1}$.
6. Udowodnić, że liczba drzew na zbiorze $\{1, \dots, n\}$ takich, że $\delta_1 = k$ wynosi $\binom{n-2}{k-1} (n-1)^{n-k-1}$.
7. Które z poniższych grafów są izomorficzne?

