



Zagadnienia na egzamin z Algebry Liniowej z Geometrią 1

Kierunek Matematyka, I rok, semestr I

1. Liczby zespolone
 - Działania na liczbach zespolonych
 - Definicja ciała
 - Sprzężenie i jego własności
 - Postać trygonometryczna i wykładnicza
 - Interpretacja geometryczna
 - Moduł i jego własności
 - Potęgowanie liczb zespolonych
 - Pierwiastki n -tego stopnia
 - Podstawowe twierdzenie algebry
2. Metryki
 - Definicja
 - Przykłady
 - Kule
 - Nierówność Schwarz
3. Układy równań liniowych
 - Macierz układu równań liniowych
 - Operacje elementarne na wierszach
 - Sprowadzanie do postaci schodkowej (metoda Gaussa)
 - Niewiadome główne i wolne
 - Układy sprzeczne i niesprzeczne - warunki
 - Układy oznaczone i nieznaczone - warunki
4. Przestrzenie liniowe
 - Definicja
 - Przykłady
 - Własności działań
 - Kombinacja liniowa
 - Powłoka liniowa i jej charakteryzacja
 - Liniowa niezależność i jej własności, przykłady
 - Definicja układów równoważnych
 - Definicja wymiaru przestrzeni liniowej
 - Definicja bazy i jej własności
 - Przykłady baz
5. Macierze
 - Definicja, kolumny, wiersze
 - Rząd kolumnowy i rząd wierszowy
 - Twierdzenie o równości rzędów kolumnowego i wierszowego
 - Definicja rzędu macierzy

- Twierdzenie Kroneckera-Capellego
- Definicja przekształcenia liniowego
- Macierz przekształcenia liniowego
- Odpowiedniość pomiędzy przekształceniami liniowymi i macierzami
- Odpowiedniość między działaniami dodawania i mnożenia przekształceń liniowych i ich macierzy
- Składanie przekształceń liniowych i mnożenie macierzy
- Definicja mnożenia macierzy i jego własności
- Transpozycja i jej własności
- Rząd iloczynu macierzy
- Macierze kwadratowe, pierścień macierzowy, algebra macierzy
- Macierze diagonalne
- Macierz odwrotna
- Macierze nieosobliwe
- Twierdzenie o macierzach nieosobliwych i odwracalnych
- Rząd macierzy po pomnożeniu przez macierze nieosobliwe
- Macierze elementarne i operacje elementarne
- Klasy macierzy równoważnych
- Obliczanie macierzy odwrotnej za pomocą operacji elementarnych
- Obraz i jądro przekształcenia liniowego
- Twierdzenie o wymiarach obrazu i jądra przekształcenia liniowego
- Baza jądra przekształcenia liniowego

6. Wyznaczniki

- Wzory Cramera równań o 2 i 3 zmiennych
- Wyznaczniki macierzy kwadratowych stopnia 2 i 3.
- Interpretacja geometryczna wyznacznika
- Permutacje i ich składanie
- Grupa symetryczna
- Definicja grupy i przykłady
- Rozkład na cykle
- Potęga permutacji i rząd permutacji
- Rozkład na transpozycje
- Definicja i twierdzenie o znaku permutacji
- Permutacje parzyste i nieparzyste
- Definicja wyznacznika i jego własności
- Funkcje wieloliniowe i antysymetryczne oraz ich własności
- Wyznacznik macierzy transponowanej, wyznacznik macierzy jednostkowej
- Minory i dopełnienia algebraiczne
- Wyznacznik macierzy trójkątnej
- Obliczanie wyznacznika przy pomocy operacji elementarnych
- Rozwinięcia wyznacznika względem kolumny i względem wiersza
- Wyznaczniki macierzy blokowych i iloczynu macierzy
- Macierz dołączona, wzór na macierz odwrotną
- Charakteryzacja macierzy nieosobliwych



-
- Wzory Cramera
 - Metoda minorów obejmujących