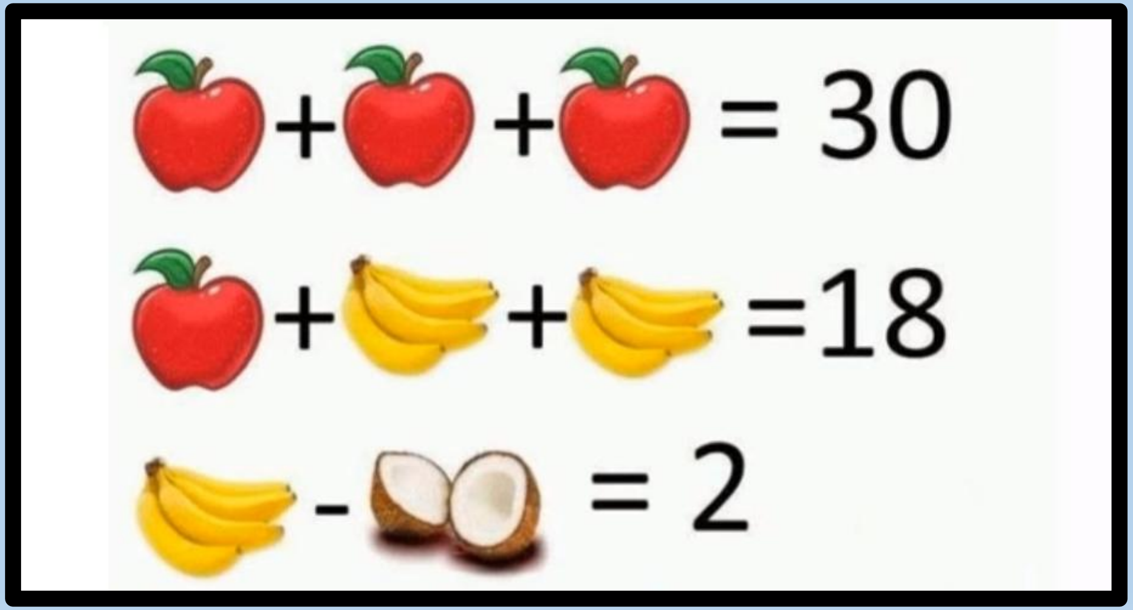
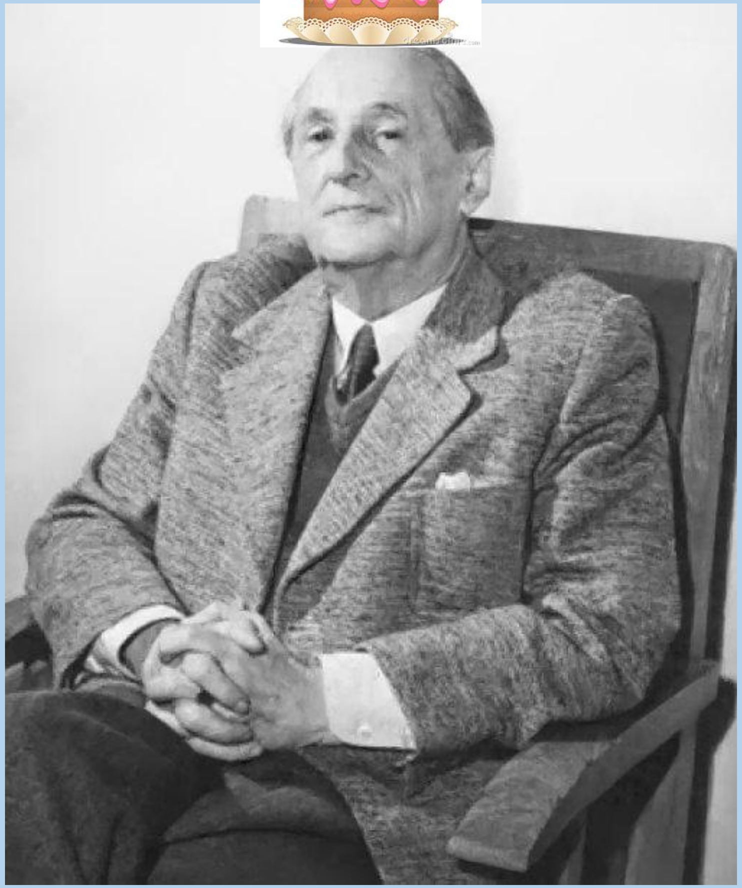
Zagadki matematyczne i ich podłoże historyczne



Mikołaj Gronczewski
Anna Gierlak
Michał Kawka

Krótki Kurs Historii Matematyki
Wydział MiNI PW
Rok akademicki 2015/2016
Semestr letni

Sprawiedliwy podział



Hugo Steinhaus

Jak dzielić tort?

1. A dzieli tort na 3 części
2. B popiera podział lub wybiera dwa najmniejsze kawałki
3. Jeśli B popiera to kawałki wybiera kolejno C, B i A
4. Jeśli B stwarza problemy to C podejmuje decyzje 2.
5. Jeśli C wybiera 3. to kawałki wybiera kolejno B, A i C
6. Jeśli C wybiera 4. to A otrzymuje najgorszy kawałek
7. Łączone są 2 pozostałe kawałki przez co zadanie sprowadza się do poprzedniego (1 tort, 2 osoby)

JAK ZNALEŹĆ FAŁSZYWĄ MONETĘ???

Do dyspozycji: 12 monet i jedna waga szalkowa.

Cel: Tylko jedna moneta jest lżejsza lub cięższa od reszty.
Znajdź ją w trzech ważeniach.


ONLINE TELEGRAPH TV LATEST NEWS, SPORT, BUSINESS & CULTURE TELEGRAPH.CO.UK/TELEGRAPHTV

The Daily Telegraph

INTRODUCING

THE TOUGHIE CROSSWORD

PLUS A NEW PUZZLE PAGE NINE GREAT BRAIN GAMES PAGE 18

INSIDE YOUR FULL COLOUR PAPER

20-PAGE SPORT SECTION

12-PAGE BUSINESS SECTION

News you can use to survive the credit crunch

BRITAIN'S BEST-SELLING QUALITY DAILY

Inherit £2million tax free under Tories

My teenage daughter is pregnant, says Palin

Weighty problem

Harold Hopwood, Gravesend, Kent
12:01AM GMT 07 Feb 2003

Sir - Many years ago, a maths lecturer put to me the following question: you have 12 seemingly identical balls, but one of them is odd, in that it is lighter or heavier than the others.

Using a pair of scales, determine, in three weighings, which ball is the odd one and whether it is lighter or heavier.

Now, aged 82, I have still not solved it. Can any kind reader help me before it is too late?

Rozwiązania zagadki:

- Czasopismo „New Scientist”

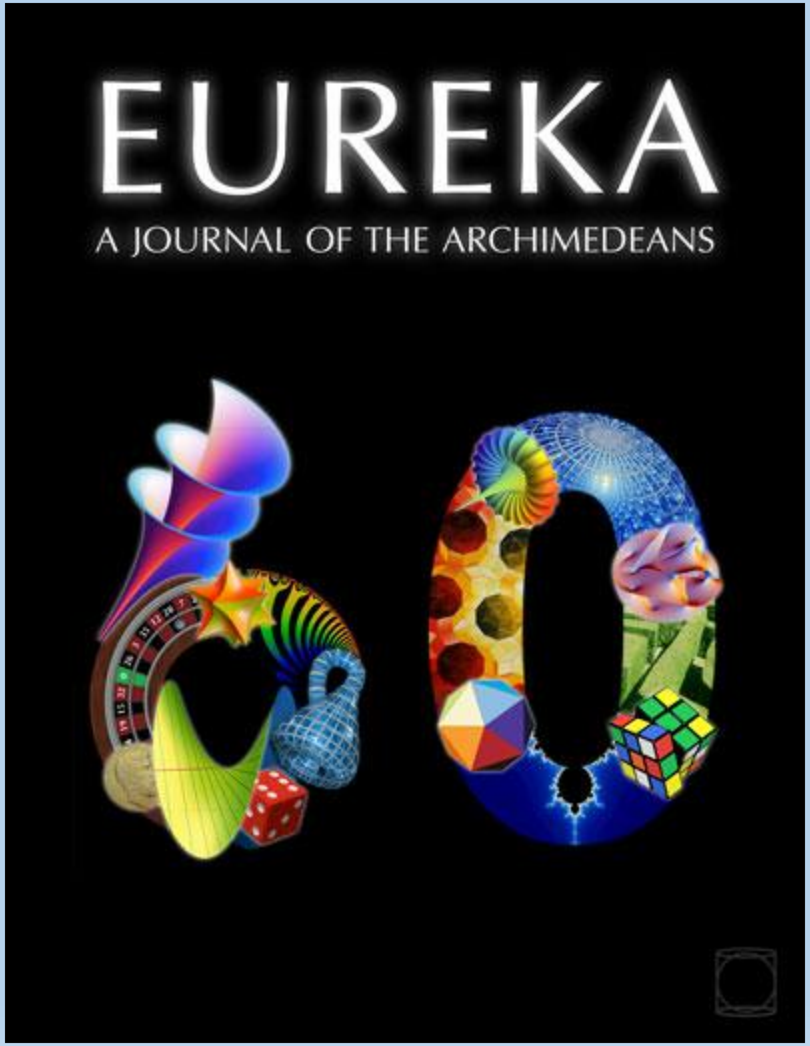
- Telewizja BBC (lata 60.)

- Książka „Puzzles and Paradoxes” Thomasa H. O’Beirne’a – za twórcę łamigłówki uważany jest Howard Grossman (1945r.)

- „Eureka” – pismo Archimedejczyków, matematycznego koła naukowego studentów Uniwersytetu Cambridge. Rozwiązanie zagadki zostało przedstawione przez niejaką „Blanche Descartes” – pseudonim **Cedrica A.B. Smitha**.

Wierszyk o profesorze nazwiskiem Felix Fiddlesticks:

F rządek monet uformował
Na każdej literę wyrysował
I powstał napis F AM NOT LICKED
(A w głowie F usłyszał „klik”).
Pomysł miał taki na trzy ważenia,
Bo matka próby jego docenia:
MA DO LIKE
ME TO FIND
FAKE COIN



Fałszywa moneta	I ważenie	II ważenie	III ważenie
F ciężka	-	P	L
F lekka	-	L	P
A ciężka	L	-	L
A lekka	P	-	P
M ciężka	L	L	-
M lekka	P	P	-
N ciężka	-	P	P
N lekka	-	L	L
O ciężka	L	L	P
O lekka	P	P	L
T ciężka	-	L	-
T lekka	-	P	-

Fałszywa moneta	I ważenie	II ważenie	III ważenie
L ciężka	P	-	-
L lekka	L	-	-
I ciężka	P	P	P
I lekka	L	L	L
C ciężka	-	-	P
C lekka	-	-	L
K ciężka	P	-	L
K lekka	L	-	P
E ciężka	P	L	L
E lekka	L	P	P
D ciężka	L	P	-
D lekka	P	L	-

Oznaczenia:

P opada prawa szalka

L opada lewa szalka

\- szalki pozostają w równowadze

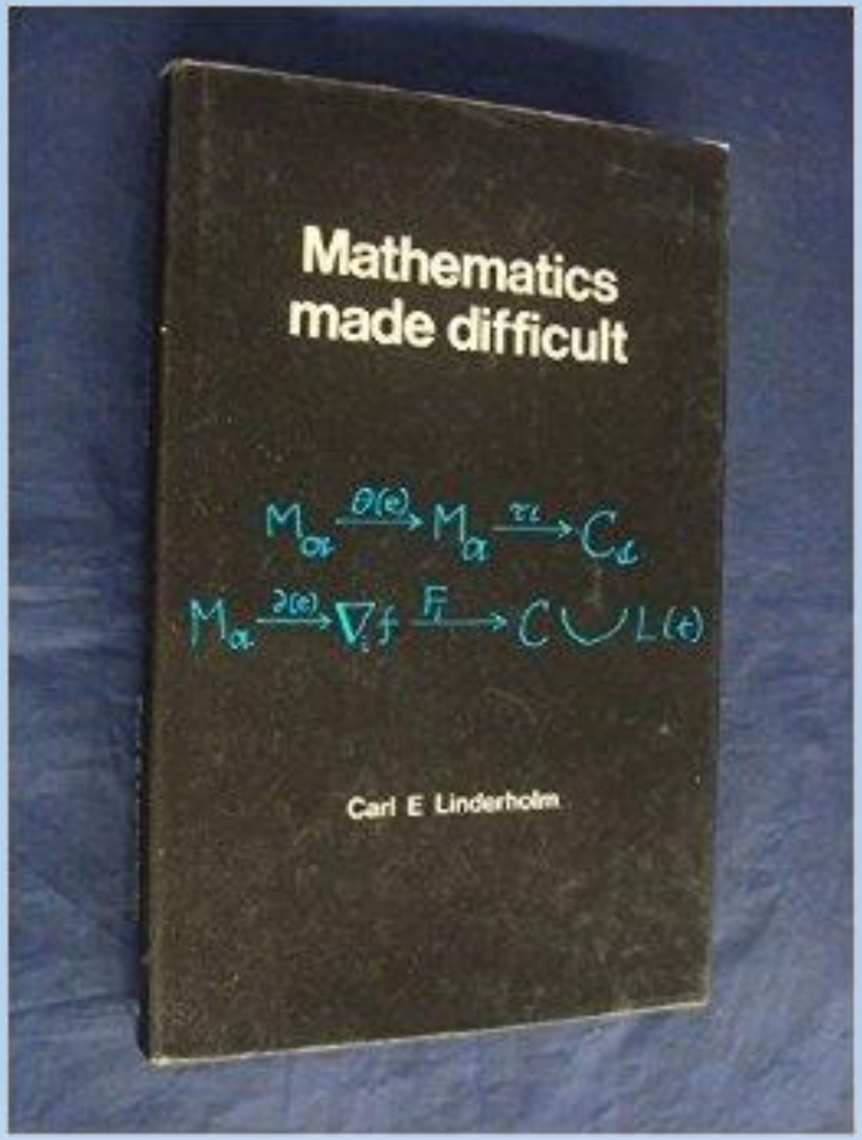
Matematyka jest trudna

8, 75, 3, 9,…?

Jaka będzie następna liczba po:

a) 1, 2, 3, 4, 5
b) 2, 4, 6, 8, 10
c) 1, 4, 9, 16, 25
d) 1, 2, 4, 8, 16
e) 2, 3, 5, 7, 11
f) 139, 21 ,3, 444, 65?

a) 19
b) 19
c) 19
d) 19
e) 19
f) 19



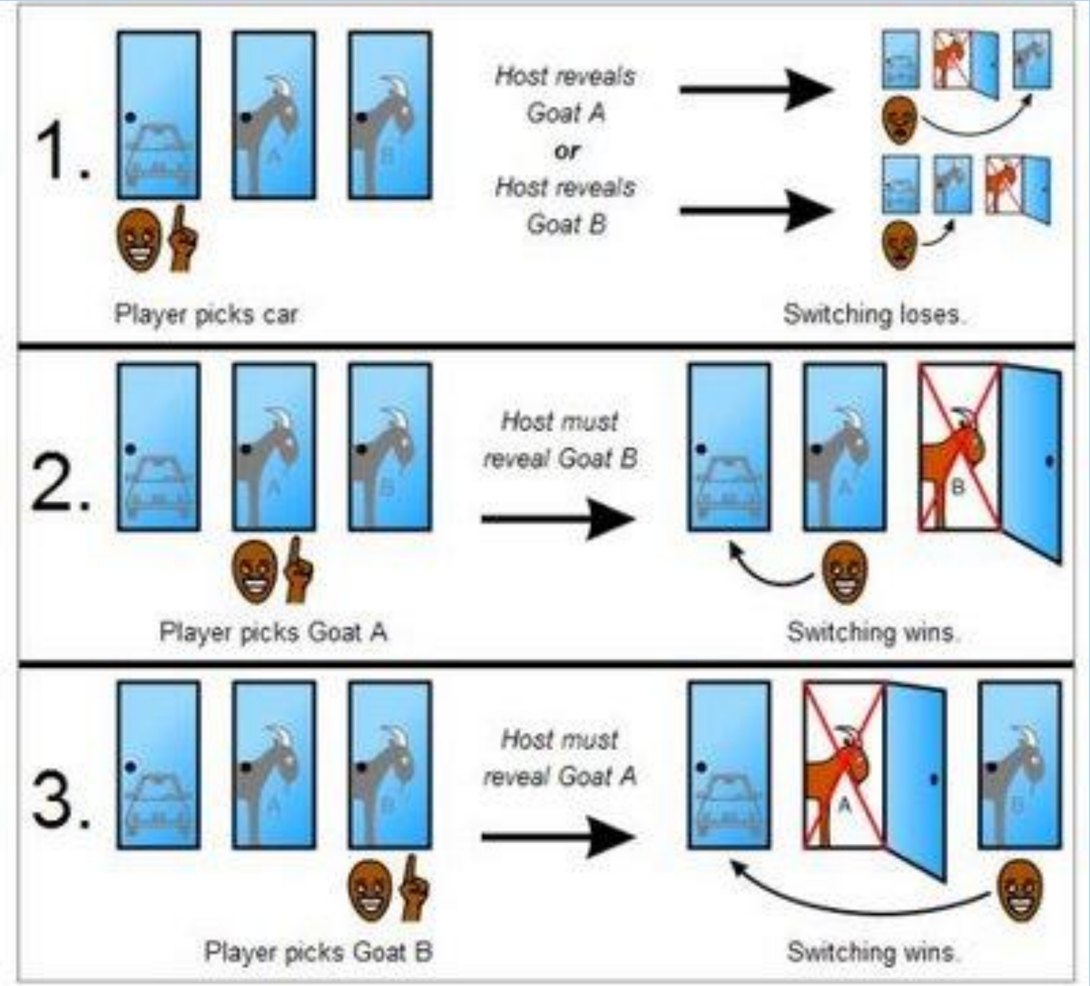
Wyjaśnienie

$$w(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \prod_{j=0 \wedge j \neq i}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

Nie wybierz kozy…

1. Wybierasz jedną z 3 bramek z nagrodą
2. Po wyborze ujawniana jest jedna bramka z kozą
3. Masz możliwość zamiany wcześniejszej odpowiedzi
4. Co robisz???

Metoda zamiany wybranej bramki jest bardziej optymalna



33%

66%

NIESKOŃCZONE BOGACTWO? – CZYLI TZW. „PARADOKS PETERSBURSKI”

Paradoks petersburski (inaczej gra petersburska) – gra losowa, która mimo posiadania nieskończonej wartości oczekiwanej posiada jednocześnie ograniczoną wartość pieniężną dla większości ludzi.

Problem został po raz pierwszy sformułowany przez Daniela Bernoulliego w 1738 roku, który jednocześnie zaproponował jego wyjaśnienie przy pomocy funkcji użyteczności. Mimo nazwy, nie jest to paradoks w ścisłym sensie tego słowa, ale raczej ilustracja tego, że ludzie zazwyczaj w warunkach niepewności nie podejmują decyzji kierując się kryterium maksymalizacji pieniężnej wartości oczekiwanej.

Zasady gry:

Grasz przeciwko bankowi, rzucając monetę, aż do momentu, gdy po raz pierwszy wypadnie orzeł. Im dłużej wyrzucasz reszkę, tym więcej bank Ci wypłaci.

Pytanie:
Ile powinieneś być skłonny zapłacić, aby wziąć udział w grze?

Jeśli po raz pierwszy wyrzucisz orła w próbie…	…to bank wypłaci Ci:
pierwszej	2 funty
drugiej	4 funty
trzeciej	8 funtów
czwartej	16 funtów
…	…
n-tej	2^n funtów

Okazuje się, że oczekiwane zyski są nieskończone:

$$\frac{1}{2} \times 2 + \frac{1}{4} \times 4 + \frac{1}{8} \times 8 + \ldots = 1 + 1 + 1 + \ldots = +\infty$$

Zatem jeżeli uczestnik gry kieruje się wyłącznie maksymalizacją wartości oczekiwanej, wówczas powinien zdecydować się w niej uczestniczyć, niezależnie od tego, ile musi zapłacić za uczestnictwo. Mimo to, większość ludzi nie jest skłonnych uczestniczyć w takiej grze, nawet jeżeli uczestnictwo w niej kosztuje zaledwie 25 funtów.

Czy w powyższym rozumowaniu tkwi błąd? Jeżeli tak, to gdzie?

Kwestie, które nie zostały uwzględnione:

- Po pierwsze: suma, którą wygrasz, zawsze będzie skończona (chyba, że gra trwa w nieskończoność, a Ty cały czas wyrzucasz reszkę – w takim wypadku wygrywasz nieskończenie dużą kwotę, ale musisz na nią czekać nieskończenie długo). Wniosek: bez względu na to, jakie zapłacisz wpisowe, oczekiwana wartość wygranej jest większa. (Szanse na wielką wygraną są oczywiście bardzo małe, ale wygrana ta jest tak ogromna, że wynagradza znikome szanse powodzenia.)

- Kwestia praktyczna: sumy, jakie wchodzą w grę, są ograniczone dwiema właściwościami: największą kwotą, jaką bank może wypłacić, oraz długością czasu gry – nieprzekraczającej jednego ludzkiego życia.

- Kwestia bardziej „filozoficzna”: na ile sensowna jest d ł u g o t e r m i n o w a wartość oczekiwana wygranej, kiedy długość tego terminu znacznie przekracza możliwości każdego gracza? Podejmowane przez człowieka decyzje dotyczące ryzyka są subtelniejsze niż bezmyślne obliczenia długoterminowych oczekiwań, a te subtelności są istotne właśnie wtedy, gdy wygrana jest bardzo duża, a prawdopodobieństwo bardzo małe.

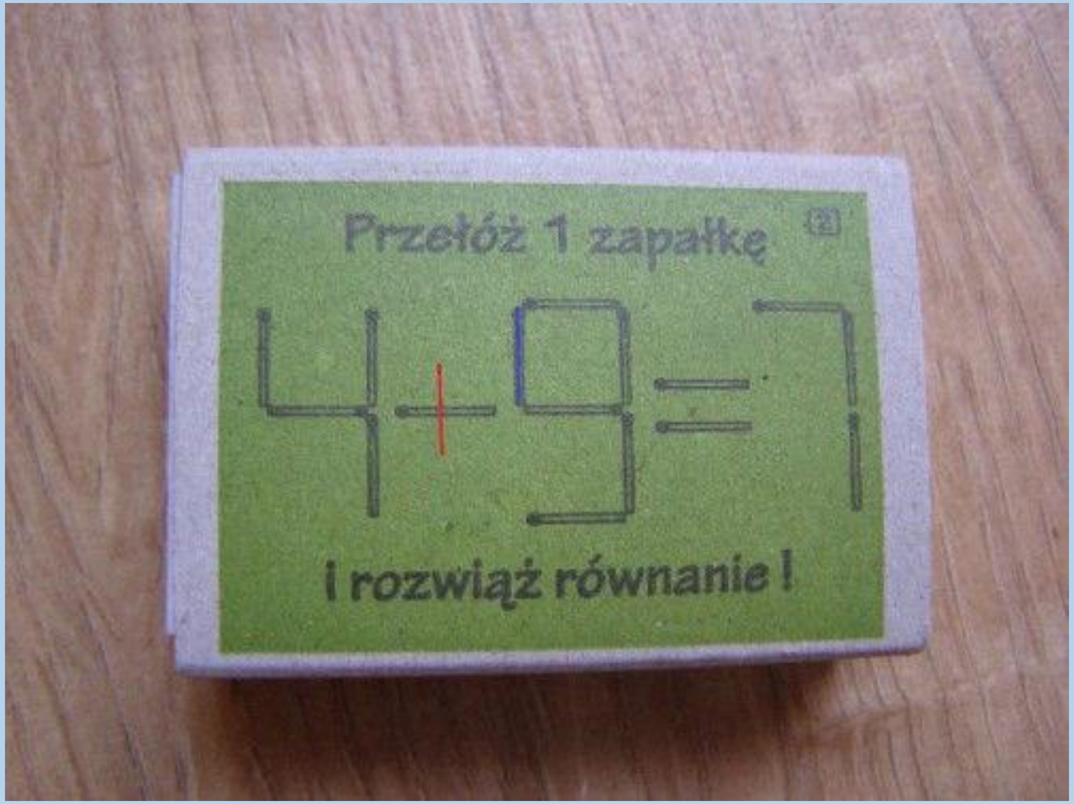
- Zatem jeśli w praktyce grasz tylko raz lub zaledwie kilka razy, masz wtedy niesłychanie małą szansę na wielką wygraną, więc pragmatyczna decyzja będzie polegała na niemarnowaniu pieniędzy na coś tak mało prawdopodobnego.

Ciąg „patrz i mów”

Jeden z najdziwniejszych ciągów
w matematyce, jego kolejne wyrazy to
1, 11, 21, 1211, 111221, 312211,
13112221

- Jaka jest zasada tworzenia tego ciągu ? (tytuł slajdu dużo podpowiada)

Dziękujemy za uwagę! ☺



Bibliografia:

- Ian Stewart „Gabinet matematycznych zagadek”
- Ian Stewart „Gabinet matematycznych zagadek cz. II”