

Teoria Automatów i Języków Formalnych

Ćwiczenia 13: Równoważność automatów skończonych

dr inż. Marcin Luckner
mluckner@mini.pw.edu.pl

Wydział Matematyki i Nauk Informatycznych

Wersja 1.3
3 marca 2021

Projekt „NERW 2 PW. Nauka – Edukacja – Rozwój – Współpraca” współfinansowany jest ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.

Zadanie 10 pn. „Modyfikacja programów studiów na kierunkach prowadzonych przez Wydział Matematyki i Nauk Informatycznych”, realizowane w ramach projektu „NERW 2 PW. Nauka – Edukacja – Rozwój – Współpraca”, współfinansowanego jest ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.

Modele automatów skończonych

- Wszystkie modele automatów skończonych korzystają z tych samych komponentów

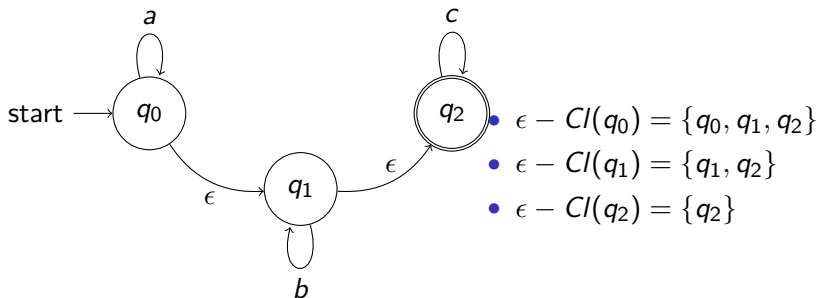
$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

- Rozróżnia je funkcja przejścia
 - automat z ϵ -ruchami: $\delta : Q \times \Sigma \cup \{\epsilon\} \rightarrow 2^Q$
 - automaty niedeterministyczne $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$
 - automaty deterministyczne $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$
- Można zauważyć że:
 1. Każdy niedeterministyczny automat skończony jest automatem z ϵ -ruchami.
 2. Każdy deterministyczny automat skończony jest automatem niedeterministycznym.
- Można wykazać, że:
 1. Każdy automat z ϵ -ruchami może być przekształcony w NAS.
 2. Każdy NAS może być przekształcony w DAS.

ϵ -domknięcie

- ϵ -domknięcie $\epsilon - Cl(q)$ stanu q jest zbiorem stanów, które mogą być osiągnięte z q poprzez ϵ -ruchy.

$$\epsilon - Cl(q) = \{p \in Q : p = \delta(q, \epsilon)\} \text{ for } q \in Q$$



Eliminacja ϵ -ruchów

- W celu utworzenia struktury niedeterministycznego automatu będącego odpowiednikiem automatu z ϵ -ruchami należy zastosować następujący algorytm dla każdego stanu q_i i każdego $a \in \Sigma$:
 - Znajdź $\epsilon - CI(q_i)$.
 - Znajdź wszystkie a -ruchy z $\epsilon - CI(q_i)$. Oznacz utworzony zbiór jako

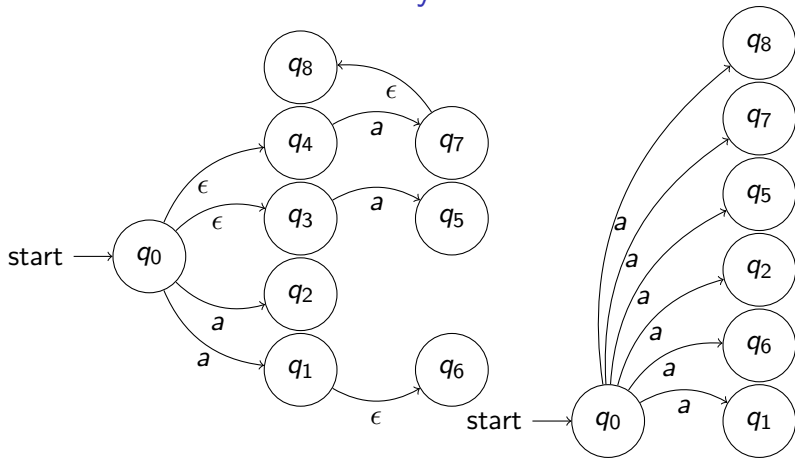
$$Q_a = \{q : \exists(s \in \epsilon - CI(q_i))\delta(s, a) = q\}$$

- Dla każdego stanu $q_a \in Q_a$ oblicz $\epsilon - CI(q_a)$. Oznacz sumę zbiorów jako

$$Q_i = \bigcup_{q_a \in Q_a} \epsilon - CI(q_a)$$

- Dla każdego $q_j \in Q_i$ utwórz przejście z q_i do q_j , oznaczone przez a .

Przykład



$$\epsilon - CI(q_0) = \{q_0, q_3, q_4\}; \quad (1)$$

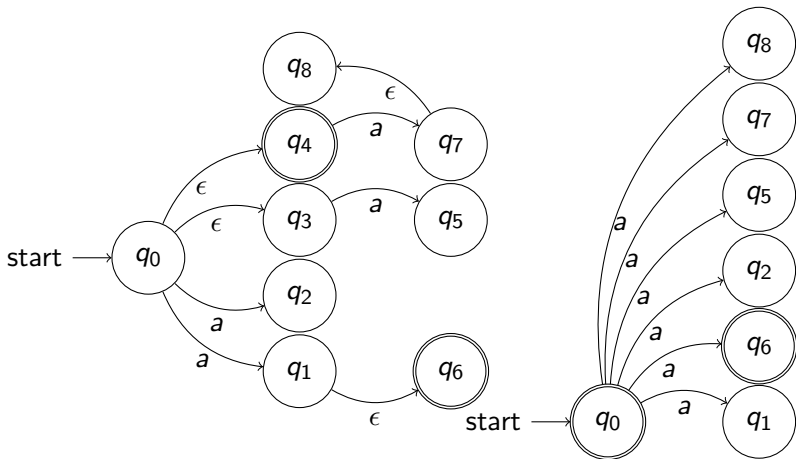
$$Q_a = \{q_1, q_2, q_5, q_7\}; \quad (2)$$

$$Q_i = \{q_1, q_6, q_2, q_5, q_7, q_8\}; \quad (3)$$

Stany początkowy i finalne

- Stan początkowy q_0 zostaje ten sam co w modelu z ϵ -ruchami.
- Stany finalne F zostają te same co w modelu z ϵ -ruchami.
- Jednakże, jeżeli $\epsilon - Cl(q_0) \cap F \neq \emptyset$ to stan q_0 będzie stanem finalnym w nowym modelu.
 - Podczas eliminacji ϵ -przejęć, możemy wyeliminować akceptację słowa pustego ϵ .

Przykład



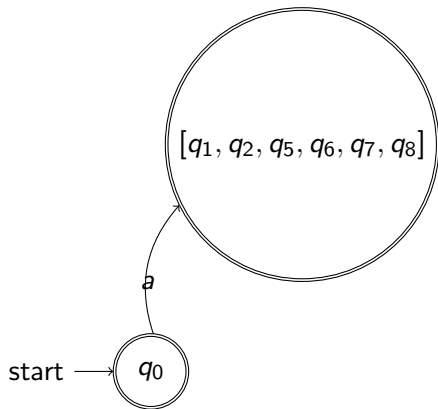
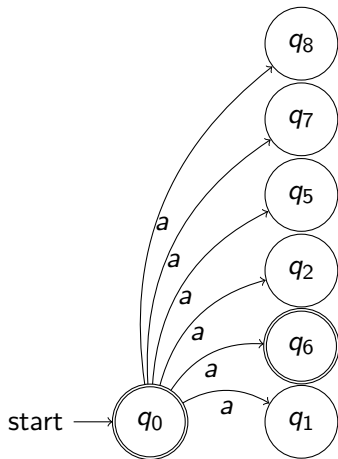
Eliminacja niedeterminizmu

- Niedeterminizm może być wyeliminowany poprzez zastąpienie niedeterministycznych przejść do wielu stanów przez dynamiczne przejście do nowego meta stanu.
- Eliminacja jest iteracyjna i zaczyna się od stanu początkowego q_0 .
 1. Dla q_0 i każdego $a \in \Sigma$ znajdź wszystkie a -ruchy z q_0 . Oznacz ten zbiór jako Q_a .
 2. Utwórz nowy stan $[Q_a]$ oznaczony nazwami wszystkich stanów w Q_a .
 3. Wyznacz przejścia z nowego stanu dla każdego $a \in \Sigma$ pamiętając, że

$$\delta([Q], a) = \left[\bigcup_{q \in Q} \delta(q, a) \right]$$

4. Nowy stan będzie stanem finalnym jeżeli jest oznaczony przynajmniej jednym stanem finalnym.

Przykład

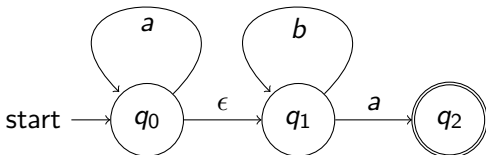


Zadanie

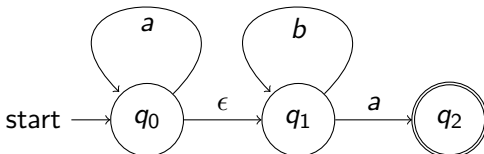
Zaprojektuj deterministyczny automat skończony odpowiadający następującemu automatowi.

	a	b	ϵ
q_0	$\{q_0\}$		$\{q_1\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\{q_1\}$	
$q_2 \rightarrow$			

Automat skończony



ϵ -domknięcie



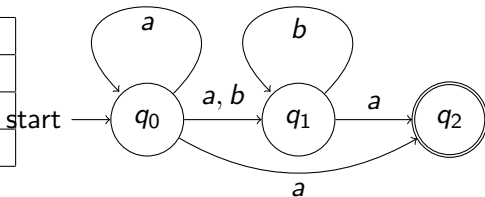
	a	b	ϵ	ϵ -Cl
$\rightarrow q_0$	$\{q_0\}$		$\{q_1\}$	$\{q_0, q_1\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\{q_1\}$		$\{q_1\}$
$q_2 \rightarrow$				$\{q_2\}$

Przekształcenie w niedeterministyczny model

	a	b	ϵ	ϵ -CI	a	b
$\rightarrow q_0$	$\{q_0\}$		$\{q_1\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_1\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\{q_1\}$		$\{q_1\}$	$\{q_2\}$	$\{q_1\}$
$q_2 \rightarrow$				$\{q_2\}$		

Niedeterministyczny model

	<i>a</i>	<i>b</i>
$\rightarrow q_0$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_1\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\{q_1\}$
$q_2 \rightarrow$		



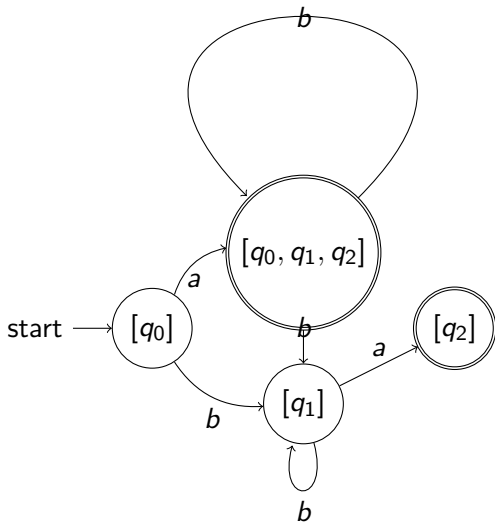
Przekształcenie w model deterministyczny

	<i>a</i>	<i>b</i>
$\rightarrow q_0$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_1\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\{q_1\}$
$q_2 \rightarrow$		

	<i>a</i>	<i>b</i>
$[q_0]$	$[q_0, q_1, q_2]$	$[q_1]$
$[q_1]$	$[q_2]$	$[q_1]$
$[q_0, q_1, q_2] \rightarrow$	$[q_0, q_1, q_2]$	$[q_1]$
$[q_2] \rightarrow$		

Model deterministyczny

	<i>a</i>	<i>b</i>
$[q_0]$	$[q_0, q_1, q_2]$	$[q_1]$
$[q_1]$	$[q_2]$	$[q_1]$
$[q_0, q_1, q_2] \rightarrow$	$[q_0, q_1, q_2]$	$[q_1]$
$[q_2] \rightarrow$		



Zadania I

1. Zaprojektuj deterministyczny automat skończony odpowiadający następującemu automатовi.:

1.1

δ	0	1	ϵ
$\rightarrow q_0$	$\{q_1\}$		$\{q_3\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\{q_3\}$	
q_2	$\{q_3\}$		
$q_3 \rightarrow$	$\{q_4\}$		
q_4			$\{q_0\}$

1.2

δ	0	1	ϵ
$\rightarrow q_0$	$\{q_0, q_1\}$		$\{q_3, q_6\}$
q_1	$\{q_2\}$		
q_2		$\{q_3\}$	
q_3	$\{q_4\}$		
q_4		$\{q_5\}$	
q_5		$\{q_6\}$	
$q_6 \rightarrow$	$\{q_6\}$		$\{q_0\}$