

Kolokwium z TCiWdTD, dn. 28.01.2008

Zad. 1. (za 3 pkt.)

Wyznaczyć pierwszą i drugą pochodną w sensie dystrybucyjnym funkcji $f(x) = \frac{1}{2}x|x| + |x-1|$ korzystając wyłącznie z definicji.

Zad. 2. (za 2 pkt.)

Pokazać, że w przestrzeni dystrybucji D'_0 prawdziwa jest równość

$$t^k \delta^{(k)} = (-1)^k k! \delta.$$

Zad. 3. (za 2 pkt.)

Wyznaczyć transformatę Mellina funkcji

$$f(x) = \frac{x^2}{1+x\sqrt{x}}.$$

Zad. 4. (za 4 pkt.)

Znaleźć rozwiązanie równania różnicowego

$$x_{n+3} - 2x_{n+2} - 4x_{n+1} + 8x_n = 3^n$$

z warunkami: $x_0 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$.

Zad. 5. (za 4 pkt.)

Rozwiązać zagadnienie:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} = -\sin t \text{ dla } x \in \mathbb{R}, t > 0$$

z warunkami: $u(x, 0) = x$ dla $x \in \mathbb{R}$, $u(0, t) = t^2$ dla $t > 0$.

Kolokwium z TCiWdTD, dn. 28.01.2008

Zad. 1. (za 3 pkt.)

Wyznaczyć pierwszą i drugą pochodną w sensie dystrybucyjnym funkcji $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)|x-1| + |x|$ korzystając wyłącznie z definicji.

Zad. 2. (za 2 pkt.)

Pokazać, że w przestrzeni dystrybucji D'_0 prawdziwa jest równość

$$\sin(\alpha t) \delta^{(1)} = -\alpha \delta.$$

Zad. 3. (za 2 pkt.)

Wyznaczyć transformatę Mellina funkcji

$$f(x) = \frac{x}{1+\sqrt[3]{x}}.$$

Zad. 4. (za 4 pkt.)

Znaleźć rozwiązanie równania różnicowego

$$x_{n+3} - 2x_{n+2} - 4x_{n+1} + 8x_n = 3^n$$

z warunkami: $x_0 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$.

Zad. 5. (za 4 pkt.)

Rozwiązać zagadnienie:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} = -\cos t \text{ dla } x \in \mathbb{R}, t > 0$$

z warunkami: $u(x, 0) = \frac{1}{2}x^2$ dla $x \in \mathbb{R}$, $u(0, t) = t$ dla $t > 0$.