Kolokwium z TCiWdTD, dn. 26.11.2009

Zad. 1. (za 3 pkt.)
Wyprowadzić wzór na $\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)$, gdzie n jest liczbą naturalną.

Zad. 2. (za 4 pkt.)
Znaleźć rozwiązanie równania: $y'''+3y''+3y'+y=6\exp(-t)$ z warunkami początkowymi $y(0^+)=y'(0^+)=y''(0^+)=0$.

Zad. 3. (za 4 pkt.)
Znaleźć rozwiązanie równania: $f''(x)-f(x)-\int\limits_0^x f(t)\sinh(x-t)\,dt+\int\limits_0^x f'(t)\cosh(x-t)\,dt=\cosh x$ z warunkami: $f(0^+)=1,\ f'(0^+)=1$.

Zad. 4. (za 4 pkt.)
Korzystając ze wzoru

$$L\left[\frac{f(t)}{t}\right](s)=\int\limits_s^\infty F(\sigma)\,d\sigma,$$

obliczyć $L[\mathrm{Si}(kt)](s)$, gdzie $\mathrm{Si}(kt)=\int\limits_0^t \frac{\sin(k\tau)}{\tau}d\tau$ (tzw. sinus całkowy).

Zad. 5.* (zastępuje dowolne inne zadanie)
Korzystając z tego, że $C=-\Gamma'(1)$ pokazać, że $\int\limits_0^1 \frac{1-e^{-t}-e^{-\frac{1}{t}}}{t}dt=C$.

Kolokwium z TCiWdTD, dn. 26.11.2009

Zad. 1. (za 3 pkt.)
Udowodnić, że:

$$(\ln\Gamma(x))''=\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{1}{(n+x)^2}.$$

Zad. 2. (za 4 pkt.)
Znaleźć rozwiązanie równania: $y'''-3y''+3y'-y=6\exp(t)$ z warunkami początkowymi $y(0^+)=y'(0^+)=y''(0^+)=0$.

Zad. 3. (za 4 pkt.)
Znaleźć rozwiązanie równania: $f''(x)-f(x)-\int\limits_0^x f(t)\sinh(x-t)\,dt+\int\limits_0^x f'(t)\cosh(x-t)\,dt=\cosh x$ z warunkami: $f(0^+)=1,\ f'(0^+)=1$.

Zad. 4. (za 4 pkt.)
Korzystając ze wzoru

$$L\left[\frac{f(t)}{t}\right](s)=\int\limits_s^\infty F(\sigma)\,d\sigma,$$

obliczyć $L[\mathrm{Si}(kt)](s)$, gdzie $\mathrm{Si}(kt)=\int\limits_0^t \frac{\sin(k\tau)}{\tau}d\tau$ (tzw. sinus całkowy).

Zad. 5.* (zastępuje dowolne inne zadanie)
Korzystając z tego, że $C=-\Gamma'(1)$ pokazać, że $\int\limits_0^1 \frac{1-e^{-t}-e^{-\frac{1}{t}}}{t}dt=C$.