Kolokwium z TCiWdTD, dn. 21.01.2010

Zad. 1. (za 2 pkt.)
Wyznaczyć pierwszą i drugą pochodną w sensie dystrybucyjnym funkcji $f(x) = \frac{1}{2}(x+1)|x+1| + |x-1|$ korzystając wyłącznie z definicji.

Zad. 2. (a) (za 1 pkt.)
Wyprowadzić wzór na transformatę Laplace'a funkcji $f(t) = \ln t$.

(b) (za 3 pkt.)
Rozwiązać w przestrzeni dystrybucji równanie różniczkowe

$$t^2 D^2 y + 4tDy + 2y = \delta.$$

Zad. 3. (za 2 pkt.)
Wyprowadzić i udowodnić indukcyjnie wzór na $\mathcal{Z}\left\{\Delta^k x_n\right\}$.

Zad. 4. (za 3 pkt.)
Rozwiązać równanie różnicowe

$$x_{n+3} - 4x_{n+2} + 5x_{n+1} - 2x_n = 3^n, \text{ gdzie } x_0 = x_1 = x_2 = 0.$$

Zad. 5. (za 4 pkt.)
Rozwiązać zagadnienie:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \text{ dla } o < x, y < \pi$$

z warunkami: $u_x(0,y) = u_x(\pi,y) = u_y(x,0) = 0$, $u_y(x,\pi) = u_0 \neq 0$.

Kolokwium z TCiWdTD, dn. 21.01.2010

Zad. 1. (za 2 pkt.)
Wyznaczyć pierwszą i drugą pochodną w sensie dystrybucyjnym funkcji $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)|x-1| - |x|$ korzystając wyłącznie z definicji.

Zad. 2. (a) (za 1 pkt.)
Wyprowadzić wzór na transformatę Laplace'a funkcji $f(t) = \ln t$.

(b) (za 3 pkt.)
Rozwiązać w przestrzeni dystrybucji równanie różniczkowe

$$t^2 D^2 y + 4tDy + 2y = \delta.$$

Zad. 3. (za 2 pkt.)
Funkcję $f(x) = x^2 + x^4$ rozwinąć na przedziale $(0,1)$ na szereg Fouriera-Bessela.

Zad. 4. (za 3 pkt.)
Rozwiązać równanie różnicowe

$$x_{n+2} - 2x_{n+1} + 2x_n = n, \text{ gdzie } x_0 = 1,\ x_1 = 2.$$

Zad. 5. (za 4 pkt.)
Rozwiązać zagadnienie:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \text{ dla } o < x, y < \pi$$

z warunkami: $u_x(0,y) = u_x(\pi,y) = u_y(x,0) = 0$, $u_y(x,\pi) = u_0 \neq 0$.