

# Kolokwium z TCiWdTD, dn. 28.11.2011

Zad. 1. (za 3 pkt.)

Wyrazić całkę

$$I(t) = \int_0^{2t} \frac{x}{\sqrt{2t-x}} dx$$

za pomocą funkcji  $B$  Eulera. Wyznaczyć  $I(1)$ .

Zad. 2. (za 3 pkt.)

Funkcję  $f(x) = 2 - x$  rozwinąć na szereg Fouriera sinusów w przedziale  $[0; 1]$ . Niech  $S(x)$  oznacza sumę tego szeregu. Wyznaczyć

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} S(x).$$

Zad. 3. (za 3 pkt.)

Wyznaczyć transformatę Fouriera funkcji  $f(x) = \exp(-|x|)$ , a następnie wyznaczyć  $\mathcal{F}^{2n+1}[f]$  dla  $n \in \mathbb{N}$ , gdzie  $\mathcal{F}^k$  oznacza  $k$ -krotne złożenie transformaty Fouriera ze sobą.

Zad. 4. (za 3 pkt.)

Stosując transformatę Laplace'a rozwiązać zagadnienie Cauchy'ego:

$$y'' - 2y' + y = 2 \exp(2t), \quad y(0^+) = 1, y'(0^+) = 2.$$

Zad. 5. (za 3 pkt.)

Stosując transformatę Laplace'a rozwiązać równanie całkowe:

$$y(t) - \int_0^t y(\tau)(t-\tau) d\tau = \exp(t) - 2.$$