

## Kolokwium z TCiWdTD, dn. 23.01.2012

Zad. 1. (za 4 pkt.)

Dla  $\varphi \in D$  określamy  $\langle T, \varphi \rangle$  jak następuje

$$\langle T, \varphi \rangle = \int_0^{+\infty} \frac{\varphi(t) - \varphi(0) - t\varphi'(0)}{t^2\sqrt{t}} dt.$$

Udowodnić, że  $T \in D'$ .

Zad. 2. (za 3 pkt.)

Wykazać, że jeśli  $J_\nu(x) = 0$ ,  $x \neq 0$ , to  $J_{\nu+1}(x) \neq 0$ .

Zad. 3. (za 4 pkt.)

Czy funkcja  $K(x) = \frac{1}{1+\sqrt[3]{x^2}}$  wyznacza jądro przekształcenia fourierowskiego? Odpowiedź uzasadnić.

Zad. 4. (za 4 pkt.)

Rozwiązać równanie różnicowe

$$x_{n+3} - 6x_{n+2} + 11x_{n+1} - 6x_n = 2^n, \text{ z warunkami początkowymi } x_0 = x_1 = x_2 = 0.$$

## Kolokwium z TCiWdTD, dn. 23.01.2012

Zad. 1. (za 4 pkt.)

Pokazać, że  $D^2(t^{-\frac{1}{2}}1_+(t)) = T$ , gdzie

$$\langle T, \varphi \rangle = \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \frac{\varphi'(t) - \varphi'(0)}{t\sqrt{t}} dt.$$

Zad. 2. (za 3 pkt.)

Wykazać, że jeśli  $J_\nu(x) = 0$ ,  $x \neq 0$ , to  $J'_\nu(x) \neq 0$ .

Zad. 3. (za 4 pkt.)

Czy funkcja  $K(x) = \frac{1}{1+\sqrt[3]{x^2}}$  wyznacza jądro przekształcenia fourierowskiego? Odpowiedź uzasadnić.

Zad. 4. (za 4 pkt.)

Rozwiązać równanie różnicowe

$$x_{n+3} + 6x_{n+2} + 11x_{n+1} + 6x_n = (-1)^n, \text{ z warunkami początkowymi } x_0 = x_1 = x_2 = 0.$$