Kolokwium z TCiWdTD, dn. 21.01.2013

Zad. 1. (za 4 pkt.)
Wyznaczyć w sensie dystrybucyjnym pierwszą i drugą pochodną funkcji

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \le 0 \\ x - [x] & \text{dla } x > 0. \end{cases}$$

Zad. 2. (za 3 pkt.)
Czy istnieje stała A taka, że funkcja $f(x) = \frac{A}{1+x^4}$ wyznacza jądro przekształcenia fourierowskiego? Odpowiedź uzasadnić.

Zad. 3. (za 4 pkt.)
Niech $\widetilde{f}_\nu(p)$ oznacza transformatę Hankela funkcji $f(x)$, zaś $\widetilde{g}_\nu(p)$ oznacza transformatę Hankela funkcji $g(x)$. Pokazać, że:

$$\int\limits_0^{+\infty} x f(x)\, g(x)\, dx = \int\limits_0^{+\infty} p \widetilde{f}_\nu(p)\, \widetilde{g}_\nu(p)\, dp.$$

Zad. 4. (za 4 pkt.)
Rozwiązać równanie różnicowe

$$x_{n+3} - 8x_{n+2} + 21x_{n+1} - 18x_n = 3^n$$

z warunkami początkowymi $x_0 = x_1 = 0$, $x_2 = 1$.

Kolokwium z TCiWdTD, dn. 21.01.2013

Zad. 1. (za 4 pkt.)
Wyznaczyć w sensie dystrybucyjnym pierwszą i drugą pochodną funkcji

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \le 0 \\ [x] - x & \text{dla } x > 0. \end{cases}$$

Zad. 2. (za 3 pkt.)
Funkcję $J_{\frac{5}{2}}(x)$ wyrazić za pomocą funkcji elementarnych.

Zad. 3. (za 4 pkt.)
Niech $\widetilde{f}_\nu(p)$ oznacza transformatę Hankela funkcji $f(x)$, zaś $\widetilde{g}_\nu(p)$ oznacza transformatę Hankela funkcji $g(x)$. Pokazać, że:

$$\int\limits_0^{+\infty} x f(x)\, \widetilde{g}_\nu(x)\, dx = \int\limits_0^{+\infty} p \widetilde{f}_\nu(p)\, g(p)\, dp.$$

Zad. 4. (za 4 pkt.)
Rozwiązać równanie różnicowe

$$x_{n+3} - 5x_{n+2} + 8x_{n+1} - 4x_n = 2^n$$

z warunkami początkowymi $x_0 = x_1 = 0$, $x_2 = 1$.