Kolokwium z TCiWdTD, dn. 19.01.2015

Zad. 1. (za 3 pkt.)
Wyznaczyć pierwszą i drugą pochodną w sensie dystrybucyjnym funkcji

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \le 0 \\ x^2 - 2x & \text{dla } 0 < x < 2 \\ 2x - 4 & \text{dla } x \ge 2. \end{cases}$$

Zad. 2. (za 3 pkt.)
W przestrzeni D_0' rozwiązać równanie różniczkowe

$$D^4Y + 2D^3Y + 2D^2Y + 2DY + Y = \delta^{(5)} + 2\delta^{(4)} + 2\delta^{(3)} + 2\delta^{(2)} + \delta^{(1)} + \delta.$$

Zad. 3. (za 3 pkt.)
Wyznaczyć $\mathcal{L}\{J_1(2x) \cdot 1_+(x)\}(s)$, gdzie J_1 oznacza funkcję Bessela pierwszego rodzaju o wskaźniku $\nu = 1$, zaś $\mathcal{L}$ oznacza transformatę Laplace'a.

Zad. 4. (za 3 pkt.)
Dla jakich wartości rzeczywistego parametru α funkcja

$$f(x) = \frac{x^\alpha}{1 + x^2}$$

określa jądro fourierowskie? Odpowiedź uzasadnić.

Zad. 5. (za 3 pkt.)
Rozwiązać równanie różnicowe

$$x_{n+3} - x_{n+2} + x_{n+1} - x_n = 1, \text{ z warunkami początkowymi } x_0 = x_1 = x_2 = 0.$$

Kolokwium z TCiWdTD, dn. 19.01.2015

Zad. 1. (za 3 pkt.)
Wyznaczyć pierwszą i drugą pochodną w sensie dystrybucyjnym funkcji

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \le 0 \\ 2x - x^2 & \text{dla } 0 < x < 2 \\ 4 - 2x & \text{dla } x \ge 2. \end{cases}$$

Zad. 2. (za 3 pkt.)
W przestrzeni D_0' rozwiązać równanie różniczkowe

$$D^4Y - 2D^3Y + 2D^2Y - 2DY + Y = \delta^{(5)} - 2\delta^{(4)} + 2\delta^{(3)} - 2\delta^{(2)} + \delta^{(1)} + \delta.$$

Zad. 3. (za 3 pkt.)
Wyznaczyć odwrotną transformatę Laplace'a funkcji

$$F(s) = \frac{\sqrt{s^2 + 4} - s}{\sqrt{s^2 + 4}}.$$

Zad. 4. (za 3 pkt.)
Dla jakich wartości rzeczywistego parametru α funkcja

$$f(x) = \frac{x^\alpha}{1 + x^2}$$

określa jądro fourierowskie? Odpowiedź uzasadnić.

Zad. 5. (za 3 pkt.)
Rozwiązać równanie różnicowe

$$x_{n+3} + x_{n+2} + x_{n+1} + x_n = (-1)^n, \text{ z warunkami początkowymi } x_0 = x_1 = x_2 = 0.$$