Egzamin z TCiWdTD dn. 2.02.2015

....

Nazwisko i imię, grupa

1	2	3	4	5	6	Egz	Ćw	$\sum$

Zad. 1. a) (za 7 pkt.)
Niech (ξ_n) będzie ciągiem nieujemnych zer funkcji Bessela $J_{\frac{1}{2}}(z)$. Funkcję $f(r) = \sqrt{r}$ rozwinąć w przedziale $\langle 0; 1\rangle$ na szereg Fouriera-Bessela względem funkcji $J_{\frac{1}{2}}$.

b) (za 3 pkt.)
Podać wzór na ξ_n.

Zad. 2. a) (za 7 pkt.)
Stosując transformatę Laplace'a rozwiązać zagadnienie

$$y(t) = 2t - 2\int_0^t \sin(t-\tau)\, y'(\tau)\, d\tau.$$

b) (za 3 pkt.)
Sformułować twierdzenie Borela o splocie dla transformaty Laplace'a.

Zad. 3. a) (za 5 pkt.)
Pokazać, że w przestrzeni dystrybucji temperowanych zachodzi wzór

$$\mathcal{F}[\cos t](\omega) = \pi[\delta(\omega-1) + \delta(\omega+1)].$$

b) (za 5 pkt)
Sformułować wzór sumacyjny Poissona.

Zad. 4. a) (za 5 pkt.)
Sformułować twierdzenie o różniczkowaniu splotu w przypadku klasycznym i dystrybucyjnym.

b) (za 5 pkt)
Udowodnić to twierdzenie w przypadku dystrybucyjnym.

Zad. 5. (za 10 pkt.)
Stosując jedną z transformat skończonych rozwiązać zagadnienie dla funkcji $v = v(x,t)$

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} &= k\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \ \ k>0,\ x\in(0;\pi),\ t>0 \\ v(0,t) &= v(\pi,t) = 0 \ \ \text{dla } t>0 \\ v(x,0) &= \sin 3x + \sin 5x \ \ \text{dla } x\in(0;\pi) \end{cases}$$

Zad. 6. a) (za 7 pkt)
Rozwiązać równanie różnicowe

$$x_{n+3} - 5x_{n+2} + 8x_{n+1} - 4x_n = 1, \text{ gdzie } x_0 = 0,\ x_1 = 1,\ x_2 = 1.$$

b) (za 3 pkt.)
Sformułować i udowodnić jedno z twierdzeń o przesunięciu dla $Z-$transformaty.