Egzamin z TCiWdTD dn. 9.02.2015

....
Nazwisko i imię, grupa

1	2	3	4	5	6	Egz	Ćw	$\sum$

Zad. 1. a) (za 5 pkt.)
Znaleźć rozwiązanie równania: $y'' + 2y' + 2y = f(t)$ z warunkami początkowymi $y(0^+) = y'(0^+) = 0$, gdzie f oznacza funkcję daną posiadającą transformatę Laplace'a.

b) (za 5 pkt.)

Znaleźć rozwiązanie równania: $y(t) = 2t + \int\limits_0^t \sin(t-\tau)\, y(\tau)\, d\tau$.

Zad. 2. a) (za 5 pkt.)
Sformułować i udowodnić twierdzenie o zachowaniu się transformaty Laplace'a w nieskończoności.

b) (za 5 pkt.)
Niech $f_1(t) = \sin t$, $f_2(t) = \cos 2t$. Wyznaczyć $(f_1 * f_2)(t)$.

Zad. 3. a) (za 7 pkt.)
Wyznaczyć pierwszą pochodną w sensie dystrybucyjnym funkcji

$$f(x) = |x+2| + 1_+(x).$$

b) (za 3 pkt)
Podać definicję nośnika dystrybucji, równości dystrybucji na zbiorze otwartym, definicję dystrybucji temperowanej (wolnorosnącej).

Zad. 4. a) (za 7 pkt.)
Funkcję $f(r) = 1 - r^4$ rozwinąć w przedziale $\langle 0, 1\rangle$ na szereg Fouriera-Bessela względem funkcji J_0.

b) (za 3 pkt)
Sformułować wykorzystane własności funkcji Bessela.

Zad. 5. (za 10 pkt.)
Wiedząc, że dla $p \in \mathbb{C}$

$$\int\limits_0^{+\infty} e^{-px} x^{s-1} dx = \frac{\Gamma(s)}{p^s}$$

wyznaczyć transformatę Mellina funkcji $f(x) = \sin 3x$.

Zad. 6. (za 10 pkt.)
Rozwiązać równanie różnicowe

$$x_{n+2} - 2x_{n+1} + 2x_n = n, \text{ gdzie } x_0 = 0,\ x_1 = 1.$$