Kolokwium z TCiWdTD, dn. 1.02.2016

Zad. 1. (za 3 pkt.)
Wyznaczyć pierwszą pochodną w sensie dystrybucyjnym funkcji

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \le 0 \\ \sin x & \text{dla } 0 < x < \pi \\ x - \pi & \text{dla } x \ge \pi. \end{cases}$$

Zad. 2. (za 3 pkt.)
W przestrzeni D_0' rozwiązać równanie różniczkowe

$$D^3Y - 3D^2Y + 3DY - Y = 2\delta^{(5)} - 6\delta^{(4)} + 6\delta^{(3)} - 2\delta^{(2)} + \delta.$$

Zad. 3. (za 3 pkt.)
Funkcję $f(t) = t+t^3$ przedstawić w przedziale $\langle 0; 1\rangle$ w postaci sumy szeregu Fouriera-Bessela względem układu funkcji $\{J_1(x_n t)\}$, gdzie (x_n) jest ciągiem dodatnich zer funkcji J_1.

Zad. 4. (za 3 pkt.)
Czy istnieje stała A taka, że funkcja

$$f(x) = \frac{A}{1+x^4}$$

wyznacza jądro przekształcenia fourierowskiego? Odpowiedź uzasadnić.

Zad. 5. (za 3 pkt.)
Rozwiązać równanie różnicowe

$$x_{n+3} - 5x_{n+2} + 8x_{n+1} - 4x_n = 3^n, \text{ z warunkami początkowymi } x_0 = 0,\ x_1 = 1,\ x_2 = 1.$$

Kolokwium z TCiWdTD, dn. 1.02.2016

Zad. 1. (za 3 pkt.)
Wyznaczyć pierwszą pochodną w sensie dystrybucyjnym funkcji

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \le 0 \\ -\sin x & \text{dla } 0 < x < \pi \\ \pi - x & \text{dla } x \ge \pi. \end{cases}$$

Zad. 2. (za 3 pkt.)
W przestrzeni D_0' rozwiązać równanie różniczkowe

$$D^3Y + 3D^2Y + 3DY + Y = -2\delta^{(5)} - 6\delta^{(4)} - 6\delta^{(3)} - 2\delta^{(2)} + \delta.$$

Zad. 3. (za 3 pkt.)
Funkcję $f(t) = t+t^3$ przedstawić w przedziale $\langle 0; 1\rangle$ w postaci sumy szeregu Fouriera-Bessela względem układu funkcji $\{J_1(x_n t)\}$, gdzie (x_n) jest ciągiem dodatnich zer funkcji J_1.

Zad. 4. (za 3 pkt.)
Czy funkcja

$$K(x) = \frac{1}{1+\sqrt[3]{x^2}}$$

wyznacza jądro przekształcenia fourierowskiego? Odpowiedź uzasadnić.

Zad. 5. (za 3 pkt.)
Rozwiązać równanie różnicowe

$$x_{n+3} - 2x_{n+2} - 4x_{n+1} + 8x_n = 3^n, \text{ z warunkami początkowymi } x_0 = 0,\ x_1 = 1,\ x_2 = 1.$$