

Egzamin z TCiWdTD dn. 30.01.2008

.....
Nazwisko i imię, grupa

1	2	3	4	5	6	Egz	Ćw	Σ

Zad. 1. (za 10 pkt.)
Wiedząc, że

$$J_\nu(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k z^{\nu+2k}}{\Gamma(k+1)\Gamma(k+\nu+1)2^{\nu+2k}} \quad \text{dla } z \in \mathbb{C}, \nu \in \mathbb{C},$$

wykazać, że

a)

$$zJ'_\nu(z) = zJ_{\nu-1}(z) - \nu J_\nu(z)$$

b)

$$J_{-n}(z) = (-1)^n J_n(z) \quad \text{dla } n \in \mathbb{N}.$$

Zad. 2. (za 10 pkt.)

Stosując transformatę Laplace'a rozwiązać zagadnienie

$$y'(t) + 4y(t) + 5 \int_0^t y(\tau) d\tau = e^{-t} \quad \text{dla } t > 0, y(0^+) = 0.$$

Zad. 3. a) (za 5 pkt.)

Sformułować i udowodnić twierdzenie o różniczkowaniu splotu.

b) (za 5 pkt.)

Niech $f_1(t) = \sqrt{t}$, $f_2(t) = \frac{1}{\sqrt{t}}$. Wyznaczyć $(f_1 * f_2)'(t)$.

Zad. 4. a) (za 6 pkt.)

Rozwiązać w przestrzeni D'_0 równanie

$$D^2y + 2Dy + y = \delta^{(4)}(t+2)$$

b) (za 4 pkt.)

Czy funkcja $\sin s$ należy do przestrzeni obrazów dystrybucji z D'_0 ? Odpowiedź uzasadnić.

Zad. 5. (za 10 pkt.)

Podać definicję przekształcenia całkowego z jądrem fourierowskim. Podać przykłady takich przekształceń wraz z uzasadnieniem. Czy transformata Mellina jest takim przekształceniem?

Zad. 6. a) (za 7 pkt)

Rozwiązać równanie różnicowe

$$x_{n+2} - 2x_{n+1} + 2x_n = n, \quad \text{gdzie } x_0 = 0, x_1 = 1.$$

b) (za 3 pkt.)

Sformułować i udowodnić twierdzenia o przesunięciu dla Z -transformaty.