

# Egzamin z TCiWdTD dn. 7.02.2012

.....  
Nazwisko i imię, grupa

1	2	3	4	5	6	Egz	Ćw	Σ

- Zad. 1. a) (za 5 pkt.)  
Sformułować i udowodnić twierdzenie o różniczkowaniu spłotu.
- b) (za 5 pkt.)  
Niech  $f_1(t) = f_2(t) = \frac{1}{\sqrt{t}} \cdot 1_+(t)$ . Wyznaczyć  $(f_1 * f_2)'(t)$ .

- Zad. 2. a) (za 6 pkt.)  
Pokazać, że jeśli  $L\{f(t)\}(s) = F(s)$ , to

$$L\left\{\frac{f(t)}{t}\right\}(s) = \int_s^{\infty} F(\sigma) d\sigma$$

(całkujemy po takiej drodze, że  $\operatorname{Re} s \rightarrow +\infty$ ).

- b) (za 4 pkt.)  
Korzystając z udowodnionego wzoru obliczyć wartość całki

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin kt}{t} dt \quad (k - \text{stała rzeczywista dodatnia}).$$

- Zad. 3. a) (za 7 pkt.)  
Pokazać, że w przestrzeni dystrybucji temperowanych zachodzi wzór

$$F[\cos t](\omega) = \pi [\delta(\omega - 1) + \delta(\omega + 1)].$$

- b) (za 3 pkt.)  
Sformułować wzór sumacyjny Poissona.

- Zad. 4. a) (za 7 pkt.)  
Rozwiązać równanie różnicowe

$$x_{n+3} + 3x_{n+2} + 3x_{n+1} + x_n = 1, \quad x_0 = 0, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 1.$$

- b) (za 3 pkt.)  
Podać definicję spłotu ciągów i udowodnić twierdzenie o  $\mathcal{Z}$ -transformacie spłotu.

- Zad. 5. a) (za 7 pkt.)  
Funkcję  $f(r) = 1 + r^2$  rozwinąć w przedziale  $(0; 1)$  na szereg Fouriera-Bessela względem funkcji  $J_0$ .

- b) (za 3 pkt.)  
Sformułować podstawowe własności funkcji Bessela pierwszego rodzaju.

- Zad. 6. a) (za 5 pkt.)  
Podać przykłady odwzorowań z jądrem fourierowskim. Odpowiedź uzasadnić.

- b) (za 5 pkt.)  
Podać różnice między przestrzenią obrazów transformaty Laplace'a w sensie klasycznym i w sensie dystrybucyjnym. Odpowiedź uzasadnić podając przykład.