

Egzamin z TCiWdTD dn. 18.09.2012

.....
Nazwisko i imię, grupa

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Egz | Ćw | Σ |
|---|---|---|---|---|---|-----|----|----------|
| | | | | | | | | |

- Zad. 1. a) (za 5 pkt.)
Sformułować i udowodnić twierdzenie o różniczkowaniu spłotu.
b) (za 5 pkt.)
Niech $f_1(t) = f_2(t) = \frac{1}{\sqrt{t}} \cdot 1_+(t)$. Wyznaczyć $(f_1 * f_2)'(t)$.

- Zad. 2. a) (za 5 pkt.)
Sformułować i udowodnić twierdzenie Borela o splocie dla transformaty Laplace'a.
b) (za 5 pkt.)
Udowodnić, że $[t^2 \cdot 1_+(t)] * [e^t \cdot 1_+(t)] = (2e^t - t^2 - 2t - 2) \cdot 1_+(t)$

- Zad. 3. a) (za 7 pkt.)
Wyznaczyć pierwszą i drugą pochodną w sensie dystrybucyjnym funkcji

$$f(x) = |x - 2| + 1_+(x - 2) + x.$$

- b) (za 3 pkt.)
Podać definicję nośnika dystrybucji, równości dystrybucji na zbiorze otwartym, definicję dystrybucji temperowanej (wolnorosnącej).

- Zad. 4. a) (za 7 pkt.)
Rozwiązać w przestrzeni D'_0 równanie

$$D^2y + 2Dy + y = \delta^{(4)}$$

- b) (za 3 pkt.)
Czy funkcja $\frac{1}{s^2} \cos s$ należy do przestrzeni obrazów dystrybucji z D'_0 ? Odpowiedź uzasadnić.

- Zad. 5. a) (za 8 pkt.)
Rozwiązać równanie różnicowe

$$x_{n+2} + 2x_{n+1} + x_n = n^2, \text{ gdzie } x_0 = 0, x_1 = 0.$$

- b) (za 2 pkt.)
Sformułować twierdzenie o splocie dla Z -transformaty.

- Zad. 6. a) (za 5 pkt.)
Podać przykłady odwzorowań z jądrem fourierowskim. Odpowiedź uzasadnić.

- b) (za 5 pkt.)
Podać definicję i najważniejsze własności transformaty Mellina.