Egzamin z TCiWdTD dn. 31.01.2013

....

Nazwisko i imię, grupa

1	2	3	4	5	6	Egz	Ćw	$\sum$

Zad. 1. a) (za 7 pkt.)
Stosując transformatę Laplace'a rozwiązać następujące zagadnienie początkowe

$$y''' + 3y'' + 3y' + y = e^t,$$

z warunkami: $y(0^+) = y'(0^+) = 0$, $y''(0^+) = 1$.

b) (za 3 pkt.)
Sformułować i udowodnić twierdzenie Borela o splocie dla transformaty Laplace'a.

Zad. 2. a) (za 7 pkt.)
Funkcję $f(r) = 1 - r^4$ rozwinąć na szereg Fouriera-Bessela względem funkcji J_0 w przedziale $\langle 0, 1 \rangle$.

b) (za 3 pkt.)
Sformułować wykorzystane własności funkcji Bessela.

Zad. 3. a) (za 6 pkt.)
Czy funkcje $F(s) = \frac{1}{s^2} \sin s$ i $F(s) = \ln s$ należą do przestrzeni obrazów klasycznej transformaty Laplace'a? Odpowiedź uzasadnić.

b) (za 4 pkt.)
Sformułować i udowodnić twierdzenie o jednoznaczności dla klasycznej transformaty Laplace'a.

Zad. 4. a) (za 4 pkt.)
Sformułować twierdzenie o różniczkowaniu splotu w przypadku klasycznym i dystrybucyjnym.

b) (za 3 pkt.)
Udowodnić to twierdzenie w przypadku dystrybucyjnym.

c) (za 3 pkt.)
Własności dystrybucji δ Diraca w przestrzeni D'.

Zad. 5. (za 10 pkt.)
Wiedząc, że

$$\int\limits_0^{+\infty} e^{-px} x^{s-1} dx = \frac{\Gamma(s)}{p^s}$$

wyznaczyć transformatę Mellina funkcji $f(x) = \sin 2x$.

Zad. 6. a) (za 7 pkt.)
Rozwiązać równanie różnicowe

$$x_{n+2} - 3x_{n+1} + 2x_n = 0, \text{ gdzie } x_0 = \pi,\ x_1 = 2\pi.$$

b) (za 3 pkt.)
Sformułować i udowodnić twierdzenie o splocie dla $Z-$transformaty.