

# Transformaty Całkowe i Wstęp do Teorii Dystrybucji

tematy na egzamin ustny

1. Definicja funkcji  $\Gamma$  Eulera, jej holomorficzność i podstawowe własności, związek funkcji  $\Gamma$  z sinusem.
2. Definicja funkcji  $B$  Eulera, podstawowe własności, związek z funkcją  $\Gamma$ .
3. Stała Eulera, wzór Gaussa i wzór Weierstrassa dla funkcji  $\Gamma$ , pochodna logarytmiczna funkcji  $\Gamma$ .
4. Lemat Riemanna-Lebesgue'a, całka Dirichleta, własności sumy trygonometrycznego szeregu Fouriera.
5. Warunki dostateczne zbieżności punktowej trygonometrycznego szeregu Fouriera.
6. Wzór całkowy Fouriera w postaci zespolonej, wzór całkowy Fouriera w postaci rzeczywistej, wzór całkowy Fouriera dla funkcji parzystej i nieparzystej.
7. Prosta i odwrotna transformata Fouriera - definicja, warunek dostateczny istnienia transformaty. Własności funkcji będącej obrazem.
8. Własności transformaty Fouriera - transformata pochodnej, pochodna transformaty, twierdzenie Borela, tożsamość Parsewala.
9. Definicja transformaty Laplace'a, założenia dotyczące zbioru oryginałów.
10. Twierdzenie o zbieżności bezwzględnej transformaty Laplace'a.
11. Twierdzenie podstawowe o zbieżności transformaty Laplace'a.
12. Odwrotna transformata Laplace'a - metody wyznaczania.
13. Własności transformaty Laplace'a - transformata całki, transformata pochodnej, twierdzenia o przesunięciu i inne.
14. Definicja splotu funkcji, splot funkcji prawostronnych, warunki dostateczne istnienia splotu - przykłady, kontrprzykłady.
15. Własności splotu, twierdzenie o ciągłości splotu, twierdzenie o różniczkowaniu splotu.
16. Twierdzenie Borela o splocie.
17. Twierdzenie o różnowartościowości transformaty Laplace'a - funkcja zerowa.
18. Holomorficzność transformaty Laplace'a.
19. Zachowanie się transformaty Laplace'a w nieskończoności.
20. Zastosowanie transformaty Laplace'a do równań różniczkowych zwyczajnych.
21. Transmitancja, odpowiedź układu na skok jednostkowy - związek z transmitancją.
22. Przestrzeń funkcji próbnych  $D$ , zbieżność w przestrzeni  $D$ , własności funkcji z przestrzeni  $D$ .
23. Przestrzeń dystrybucji  $D'$ , zbieżność w przestrzeni  $D'$ .
24. Dystrybucje regularne, równość dystrybucji na zbiorze otwartym, nośnik dystrybucji, mnożenie dystrybucji przez funkcje klasy  $C^\infty$ .
25. Definicja pochodnej w sensie dystrybucyjnym, dystrybucje skończonego rzędu, dystrybucja  $\delta$  Diraca i jej własności.
26. Przestrzeń  $D'_0$ , definicja transformaty Laplace'a dystrybucji z przestrzeni  $D'_0$  - związek z transformatą w sensie klasycznym.
27. Różnice w przestrzeni obrazów dystrybucji i transformat klasycznych - przykłady.

28. Własności transformaty Laplace'a dystrybucji.
29. Splot dystrybucji, twierdzenie Borela dla dystrybucji, splot z dystrybucją  $\delta$ , splot z dystrybucją  $\delta^{(n)}$ .
30. Zapis równania różniczkowego w postaci równania spłotowego, rozwiązanie podstawowe równania różniczkowego.
31. Przestrzeń funkcji szybko malejących, zbieżność w tej przestrzeni, dystrybucje temperowane - definicja.
32. Transformata Fouriera dystrybucji temperowanych, dowód poprawności definicji.
33. Własności transformaty Fouriera dystrybucji.
34. Wzór sumacyjny Poissona, tożsamość Jacobiego.
35. Równanie Bessela, definicja funkcji Bessela I-go rodzaju  $J_\nu$  i II-go rodzaju  $Y_\nu$ .
36. Podstawowe własności funkcji Bessela - wzory rekurencyjne.
37. Rozwinięcia na szeregi Fouriera-Bessela - warunki dostateczne.
38. Transformata Mellina, transformata odwrotna, podstawowe własności transformaty Mellina.
39. Przekształcenia całkowe z jądrem fourierowskim, warunek konieczny na to, aby funkcja  $K(\alpha x)$  była jądrem fourierowskim.
40. Przykłady przekształceń z jądrem fourierowskim.
41.  $Z$  - transformata, definicja, związek z transformatą Laplace'a.
42. Podstawowe własności  $Z$  - transformaty, twierdzenia o przesunięciu.
43. Splot ciągów,  $Z$  - transformata spłotu.
44. Transformata odwrotna do  $Z$  - transformaty, zastosowanie do równań różnicowych.
45. Transformata Hankela, zastosowanie transformaty Hankela do pewnych zagadnień fizycznych opisanych równaniami różniczkowymi cząstkowymi.