

Tytuł: O jedynej funkcji harmonicznej o minimalnej normie L^p , która w zadanym punkcie przyjmuje ustaloną wartość.

Opis: Powiemy, że przestrzeń Banacha V funkcji określonych na dziedzinie U ma własność minimalnej normy, jeśli dla każdego $z \in U$ oraz każdego c zbiór

$$V_{z,c} := \{f \in V \mid f(z) = c\},$$

o ile niepusty, zawiera dokładnie jeden element o minimalnej normie.

Na początku zdefiniujemy wagę całkowania jako funkcję $\mu : U \rightarrow \mathbb{R}$ mierzalną, prawie wszędzie dodatnią. Podamy warunek wystarczający dla wagi całkowania, by przestrzeń funkcji f harmonicznych na U , μ -całkowalnych w p -tej potęgze, tzn. takich, dla których

$$\|f\| := \left(\int_U |f(w)|^p \mu(w) \right)^{\frac{1}{p}} < \infty,$$

miała własność minimalnej normy. Pokażemy też, że istnieją takie wagi całkowania μ , że przestrzeń funkcji harmonicznych i μ -całkowalnych w p -tej potęgze nie ma własności minimalnej normy.

Następnie podamy oszacowania na jedyną funkcję harmoniczną f o minimalnej normie, takiej że $f(z) = c$. Pokażemy też, że zależy ona w sposób ciągły od wagi całkowania oraz od obszaru całkowania, w ściśle określonym sensie.