

# II Interdyscyplinarne Warsztaty Matematyczne

Będlewo, 23-26 kwietnia 2009

**Organizatorzy:**

**Rada Doktorantów**  
Wydziału MiNI



**WYDZIAŁ  
MATEMATYKI I NAUK  
INFORMACYJNYCH**

Skład i redakcja:

T.Brengos, P.Grzegorzewski, B.Jabłoński, P.Naroski, N.Petryszyn, P.Rzązewski

Projekt okładki: B.Jabłoński

Wydział Matematyki i Nauk Informatycznych

Politechnika Warszawska

pl. Politechniki 1, 00-661 Warszawa

mail: radadokt@mini.pw.edu.pl

Copyright ©2009 by Rada Doktorantów MiNI

# Spis treści

<b>O Warsztatach</b>	<b>4</b>
<b>Abstrakty</b>	<b>7</b>
Agnieszka Badeńska	
<i>Od liczb zespolonych do fraktali I</i> . . . . .	7
Leszek Bartczak	
<i>Termoplasyczość - model matematyczny i jego analiza</i> . . . . .	7
Tomasz Brengos	
<i>Metody formalne w programowaniu: zastosowanie algebry w informatyce</i> . . . . .	7
Krzysztof Chełmiński	
<i>O modelowaniu ośrodków ciągłych</i> . . . . .	7
Aleksandra Dąbrowska	
<i>Zagadka sudoku rozwiązana</i> . . . . .	7
Andrzej Fryszkowski	
<i>Metody selekcji w inkluzjach różniczkowych</i> . . . . .	8
Piotr Gałązka	
<i>Od liczb zespolonych do fraktali II</i> . . . . .	8
Artur Giżycki	
<i>Funkcja ciągła nie posiadająca pochodnej oraz funkcja nieciągła a różniczkowalna</i> . . . . .	8
Łukasz Gleń	
<i>Monotoniczność i operatory maksymalnie monotoniczne</i> . . . . .	9
Przemysław Grzegorzewski	
<i>Rozmowy przy herbacie, czyli o badaniu zależności między preferencjami</i> . . . . .	9
Irmina Herburt	
<i>Środki radialne ciał wypukłych</i> . . . . .	10
Bartosz Jabłoński	
<i>Monoidy przemienne spełniające równość <math>(n + 1)x = x</math> i ich własności</i> . . . . .	10
Jakub Kierzkowski	
<i>Równanie Sylwestra <math>AX - XB = C</math></i> . . . . .	10
Marek Kłocewiak	
<i>Prawo zero-jedynkowe w logice z kwantyfikatorami topologicznymi</i> . . . . .	10
Mateusz Kobos	
<i>Kombinacja jądrowych estymatorów gęstości w klasyfikacji</i> . . . . .	11
Anna Krasnosielska	
<i>Zastosowanie modyfikacji problemu Elfvinga w transplantologii</i> . . . . .	11
Zofia Łabęda	
<i>Zastosowanie metod odkrywania wiedzy dla potrzeb detekcji uszkodzeń w Cukrowni Lublin S.A.</i> . . . . .	12
Piotr Ładyżyński	
<i>Rozmyte testy detekcji trendu</i> . . . . .	12

Paweł Naroski	
<i>Siła, sprawność, piękno, czyli pół godziny na pakierni</i> . . . . .	12
Bernard Nowakowski	
<i>Jak zarobić milion dolarów - równania Naviera-Stokesa</i> . . . . .	12
Karol Opara	
<i>O rozkładach liczb naturalnych na sumy potęg</i> . . . . .	13
Sebastian Owczarek	
<i>O pewnym niemonotonicznym modelu poroplastyczności</i> . . . . .	13
Karolina Pasternak-Winiarska	
<i>Trapezoidalna apoksymacja liczb rozmytych</i> . . . . .	13
Adam Pasternak-Winiarski	
<i>Zagadnienia optymalnego stopowania i ich zastosowanie w naukach aktuarialnych</i>	13
Natalia Petryszyn	
<i>Złożoność obliczeniowa problemów <math>\mathcal{H}</math>-dekompozycji i <math>\mathcal{H}</math>-faktora</i> . . . . .	14
Tomasz Piasecki	
<i>Stacjonarne równania Naviera-Stokesa dla płynu ściśliwego</i> . . . . .	14
Katarzyna Piaskowska	
<i>O równaniach całkowych</i> . . . . .	14
Łukasz Rożej	
<i>Rozgrywana liczba chromatyczna</i> . . . . .	14
Justyna Signerska	
<i>Liczba obrotu i twierdzenie Poincarego o klasyfikacji homeomorfizmów okręgu</i> . .	15
Paweł Rzążewski	
<i>Jak zrozumieć kobietę - czyli wnioskowanie w logice rozmytej</i> . . . . .	15
Marcin Styborski	
<i>O równaniu Morse'a</i> . . . . .	15
Grzegorz Świątek	
<i>Problemy teorii układów dynamicznych</i> . . . . .	15
Marcin Świeca	
<i>Kategorie funktorów</i> . . . . .	16
Joanna Tarka	
<i>Geometryczna równoważność algebr funkcji gładkich i funkcji gładkich</i> <i>o nośnikach zwartych określonych na rozmaitości różniczkowej</i> . . . . .	16
Michał Tuczyński	
<i>Zliczanie minimalnych transwersal</i> . . . . .	16
Małgorzata Wojtyś	
<i>Metody selekcji modelu w problemie estymacji funkcji gęstości prawdopodobieństwa</i>	16
Anna Zapart	
<i>Grafy trójkątne</i> . . . . .	17

# O Warsztatach

II Interdyscyplinarne Warsztaty Matematyczne dla doktorantów i młodych pracowników naukowych zostały zorganizowane przez Radę Doktorantów Wydziału MiNI jako kontynuacja pierwszych Warsztatów, które odbyły się w Spale, w dniach 17-19 maja 2007. Tegoroczne Warsztaty wpisują się w obchody dziesiątej rocznicy powstania Wydziału Matematyki i Nauk Informatycznych Politechniki Warszawskiej.

Celem Warsztatów jest

1. Integracja środowiska doktorantów i młodych naukowców zajmujących się matematyką oraz wykorzystujących w swej pracy badawczej metody matematyczne.
2. Poszukiwanie nowych inspiracji do pracy badawczej poprzez dyskusje i wymianę doświadczeń naukowych (sesje problemów otwartych).
3. Promocja matematyki oraz stworzenie forum wymiany poglądów i nawiązywania współpracy między młodymi matematykami oraz przedstawicielami innych dyscyplin.
4. Zachęcenie najlepszych studentów ostatnich lat studiów magisterskich do podjęcia studiów doktoranckich z matematyki.

Formuła warsztatów zgodnie z ich nazwą nie ogranicza tematyki wystąpień, ale obejmuje różnorodne działy matematyki, a więc algebrę, geometrię, analizę, równania różniczkowe, teorię osobliwości, teorię grafów, statystykę i teorię prawdopodobieństwa, matematykę finansową, matematyczne podstawy informatyki itd.

Warsztaty są adresowane przede wszystkim do młodych matematyków, ale równocześnie są otwarte dla doktorantów i młodych naukowców reprezentujących inne kierunki, którzy w swoich badaniach wykorzystują metody matematyczne lub też pragną poszerzyć wiedzę w różnych dziedzinach matematyki teoretycznej i stosowanej.

Dodatkowo, do udziału w II Warsztatach zostali zaproszeni najzdolniejsi studenci czwartego i piątego roku matematyki i informatyki, zainteresowani podjęciem w przyszłości studiów doktoranckich.

W tym miejscu organizatorzy pragną gorąco podziękować wszystkim, dzięki którym stało się możliwe zorganizowanie II Interdyscyplinarnych Warsztatów Matematycznych, a w szczególności:

- władzom Instytutu Matematycznego PAN i Centrum Banacha,
- władzom Wydziału Matematyki i Nauk Informatycznych,
- władzom Politechniki Warszawskiej,
- Radzie Doktorantów Politechniki Warszawskiej,
- Samorządowi Studentów Politechniki Warszawskiej.

**Komitet programowy:**

prof. nzw. dr hab. Krzysztof Chełmiński,  
dr hab. Przemysław Grzegorzewski,  
prof. nzw. dr hab. Irmina Herburt,  
prof. dr hab. Zbigniew Lonc,  
prof. dr hab. Anna Romanowska.

**Komitet organizacyjny:**

Tomasz Brengos,  
Bartosz Jabłoński,  
Paweł Naroski,  
Natalia Petryszyn,  
Paweł Rzążewski,  
Anna Zapart.

# Abstrakty

## Od liczb zespolonych do fraktali I

Agnieszka Badeńska

Opowiem jak uzyskać niezwykle bogactwo fraktali iterując najprostsze funkcje zmiennej zespolonej. Wyjaśnię czym jest dynamika holomorficzna i co mają z nią wspólnego żule oraz żuki ;) Przedstawię obiekty, nad którymi pracują „kompleksiarze” a także problemy jakie mają do rozwiązania.

## Termoplastyczność - model matematyczny i jego analiza

Leszek Bartczak

W referacie chciałbym zaprezentować układ równań różniczkowych cząstkowych opisujący pewien model termoplastyczności. Zamierzam też podać niektóre wyniki dotyczące rozwiązywalności i jednoznaczności tych rozwiązań.

## Metody formalne w programowaniu: zastosowanie algebry w informatyce

Tomasz Brengos

Celem referatu jest przybliżenie słuchaczom pojęcia metod formalnych, terminu określającego matematyczne podejście do specyfikacji, weryfikacji i projektowania oprogramowania. Treść referatu bazować będzie na przykładach specyfikacji napisanych w języku CASL.

## O modelowaniu ośrodków ciągłych

Krzysztof Chelmiński

Wykład ma na celu przedstawić podstawowe idee i pojęcia w modelowaniu ośrodków ciągłych: odkształcenia ośrodka, naprężenia w ośrodku oraz związki konstytutywne. Ponadto zostaną zaprezentowane podstawowe różnice w modelowaniu stanu odkształcenia płynów i ciał stałych.

## Zagadka sudoku rozwiązana

Aleksandra Dąbrowska

W kwietniowym numerze „Notices of the AMS” opublikowano pracę Jamesa F. Crooka, który przedstawił w niej algorytm rozwiązywania każdego sudoku. Czy w ten sposób pozbawiono nas radości z rozwiązywania tej łamigłówki? Czy pomysł profesora jest innowacyjny? Czy istnieją inne podejścia do tego zagadnienia?

## Metody selekcji w inkluzjach różniczkowych

Andrzej Fryszkowski

Inkluzją różniczkową nazywamy zagadnienie

$$Dx \in F(t, x), \quad t \in \Omega \subset \mathbb{R}^n, \quad (1)$$

gdzie  $D$  jest operatorem różniczkowym, a  $F : \Omega \times X \rightsquigarrow X$  jest multifunkcją w podzbiory przestrzeni Banacha  $X$ . W tej teorii podstawowym pytaniem jest istnienie rozwiązań i ich własności.

Jednym ze sposobów badania zagadnień typu (1) jest metoda selekcji. Polega ona na znalezieniu takiej funkcji  $f : \Omega \times X \rightarrow X$ , że

$$f(t, x) \in F(t, x),$$

a następnie badaniu równania

$$Dx = f(t, x). \quad (2)$$

W referacie omówione będą podstawowe typy multifunkcji  $F(\cdot, \cdot)$ , które zapewniają istnienie selekcji o odpowiedniej regularności, czyli takiej, która gwarantuje istnienie rozwiązań zagadnienia (1) i pozwala badać ich własności. W szczególności przedyskutujemy istnienie selekcji ciągłych i selekcji spełniających warunek Lipschitza oraz ich konsekwencje w inkluzjach różniczkowych.

## Od liczb zespolonych do fraktali II

Piotr Gałązka

W czasie referatu rozważę rodzinę wielomianów kwadratowych  $p_c(z) = z^2 + c$ . Omówię dynamikę tych odwzorowań w zależności od parametru. Pokażę również, jak można wykorzystać programy komputerowe do rysowania zbiorów fraktalnych.



---

## **Funkcja ciągła nie posiadająca pochodnej oraz funkcja nieciągła a różniczkowalna**

**Artur Giżycki**

Istnieją funkcje ciągłe które nie posiadają pochodnej skończonej dla żadnej wartości w pewnym przedziale. Istnieją także funkcje pantachicznie nieciągłe, które pantachicznie posiadają pochodną. Referat opiera się na artykułach z czasopisma „Wektor”.

## **Monotoniczność i operatory maksymalnie monotoniczne**

**Łukasz Gleń**

Podstawowe informacje o operatorach maksymalnie monotonicznych oraz zastosowanie w przykładach równań różniczkowych cząstkowych typu gradientowo-monotonicznych oraz monotonicznych.

## **Rozmowy przy herbacie, czyli o badaniu zależności między preferencjami**

**Przemysław Grzegorzewski**

Podczas badania kilku cech czy atrybutów interesująca jest zwykle odpowiedź na pytanie, czy owe cechy (atrybuty) są niezależne, a jeżeli nie, to jak silny jest związek występujący między nimi. Typowymi narzędziami stosowanymi do badania siły związku między dwiema cechami w przypadku porządkowej skali pomiarowej (np. podczas badania siły związku między preferencjami) są współczynniki Kendalla oraz Spearmana.

W praktyce, zwłaszcza wtedy, gdy dane pochodzą bezpośrednio od respondentów, często spotyka się odpowiedzi niejednoznaczne, niepełne, czy też ma się do czynienia z brakiem niektórych danych. W tego typu sytuacjach wspomniane wyżej współczynniki nie zawsze mogą być użyte.

W referacie zostanie przedstawiona modyfikacja klasycznego współczynnika Kendalla, która umożliwi analizę siły związku między dwoma systemami preferencji, w których nie wszystkie elementy zostały jednoznacznie sklasyfikowane. Metoda zastosowana do uogólnienia tego współczynnika zostanie również wykorzystana do modyfikacji tzw. współczynnika zgodności Kendalla, służącego do badania zależności między więcej niż dwoma porządkami.

Na zakończenie wskazany zostanie sposób konstrukcji testu statystycznego do weryfikacji hipotez dotyczących niezależności systemów preferencji na podstawie niekompletnych danych.

## Środki radialne ciał wypukłych

Irmina Herbert

*Ciałem wypukłym* nazywamy zwarty, wypukły, o niepustym wnętrzu podzbiór przestrzeni  $\mathbb{R}^n$ . Dla każdego ciała wypukłego  $A$ , takiego, że  $0 \in A$  funkcja radialna  $\varrho_A : S^{n-1} \rightarrow \mathbb{R}$  jest zdefiniowana następująco

$$\varrho_A(u) := \sup\{\lambda \geq 0 \mid \lambda u \in A\}.$$

Oczywiście, jeżeli  $x \in A$ , to dla każdego  $u \in S^{n-1}$

$$\varrho_{A-x}(u) = \|x - a\|,$$

gdzie  $a$  należy do  $\text{bd}A \cap \{x + \{\lambda u \mid \lambda > 0\}\}$ .

Dla ciała wypukłego  $A$  i funkcji  $\phi : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$  niech  $\Phi_A : A \rightarrow \mathbb{R}$  będzie zdefiniowane następującym wzorem

$$\Phi_A(x) := \int_{S^{n-1}} \phi \varrho_{A-x}(u) d\sigma(u). \quad (1)$$

Funkcje zdefiniowane w (1) nazywamy *uogólnionymi objętościami dualnymi* ciała wypukłego  $A$ .

Punkty, w których uogólnione objętości dualne osiągają ekstrema nazywamy *środkami radialnymi (stowarzyszonymi z funkcją  $\phi$ )*.

Omówimy geometryczne własności środków radialnych oraz podamy ich fizyczne interpretacje.

## Monoidy przemienne spełniające równość $(n+1)x = x$ i ich własności

Bartosz Jabłoński

Opowiem o monoidach przemiennych spełniających równość  $(n+1)x = x$ , ich własnościach i związkach z grupami abelowymi, przestrzeniami afinicznymi i modami (algebrami idempotentnymi i entropicznymi).

## Równanie Sylwestra $AX - XB = C$

Jakub Kierzkowski

Równanie Sylwestra to równanie macierzowe o szerokich zastosowaniach, zwłaszcza w teorii sterowania. Korzystając z iloczynu Kroneckera można je sprowadzić do specyficznego układu równań liniowych. Tematem referatu jest przedstawienie wybranych właściwości równania Sylwestra oraz wybranych metod bezpośrednich i iteracyjnych rozwiązywania go, przede wszystkim iteracyjnej metody „SOR-like”, stosunkowo nowej metody wzorowanej na metodzie SOR rozwiązywania układów równań liniowych.

## Prawo zero-jedynkowe w logice z kwantyfikаторami topologicznymi

Marek Kłocewiak

W latach 70 Ronald Fagin udowodnił, że klasyczna logika pierwszego rzędu (FO) spełnia prawo zero-jedynkowe (ang. 0-1 law), czyli każde jej zdanie sygnatury czysto relacyjnej jest „prawie na pewno” prawdziwe albo „prawie na pewno” fałszywe. Ale co oznacza to „prawie na pewno”? Jak się można domyślać, chodzi tu o własność graniczną. Dla ustalonego zdania  $\sigma$  rozpatrujemy ciąg (miar probabilistycznych)  $(\mu_n(\sigma))_{n=1}^{\infty}$ , którego  $n$ -ty wyraz określa, jaka część struktur (tej sygnatury co zdanie) o uniwersum  $\{1, \dots, n\}$  jest modelem dla  $\sigma$ . Jeżeli  $\lim_{n \rightarrow \infty} \mu_n(\sigma) = 1$ , to mówimy, że  $\sigma$  jest zdaniem „prawie na pewno” prawdziwym. Przykładem rozszerzenia FO, które nie spełnia prawa „0-1”, jest logika z kwantyfikаторami Henkina. W latach 50 Andrzej Mostowski wprowadził pojęcie kwantyfikаторów uogólnionych, których semantykę określają rodziny podzbiorów uniwersum. Badając na okoliczność prawa „0-1” systemy logiczne z kwantyfikаторami topologicznymi natrafiłem na otwarty problem zliczania topologii na zbiorach skończonych. I do tego miejsca – poprzez powyższe motywacje – chciałbym poprowadzić słuchaczy.

## Kombinacja jądrowych estymatorów gęstości w klasyfikacji

Mateusz Kobos

W referacie zaprezentowana jest metoda klasyfikacji oparta na wykorzystaniu jądrowych estymatorów gęstości. Współczynniki estymatorów dobierane są tak, by minimalizować błąd klasyfikacji. Referat zawiera również wyniki eksperymentalne związane z metodą.

## Zastosowanie modyfikacji problemu Elfvinga w transplantologii

Anna Krasnosielska

W referacie zostanie przedstawiony problem optymalnego stopowania z losowym horyzontem, który jest uogólnieniem problemu Elfvinga. Szczegółowo zostanie omówione zastosowanie prezentowanego modelu w transplantologii.

## Zastosowanie metod odkrywania wiedzy dla potrzeb detekcji uszkodzeń w Cukrowni Lublin S.A.

Zofia Łabęda

W referacie zostanie przedstawione wykorzystanie addytywnego modelu regresji oraz statystycznych technik eksploracji danych do stworzenia modelu urządzenia wykonawczego w cukrowniczym aparacie wyparnym. Pozyskana wiedza posłużyła do konstrukcji układu detekcji uszkodzeń, a następnie do oceny wrażliwości modelu na występowanie poszczególnych uszkodzeń. Badania przeprowadzono dla zaworu regulacyjnego znajdującego się w pierwszym stopniu stacji wyparnej cukrowni „LUBLIN” S.A. Zaprezentowane metody pozwoliły na wykrycie wszystkich zasymulowanych uszkodzeń, co potwierdziło ich skuteczność.

## Rozmyte testy detekcji trendu

Piotr Ładyżyński

Ważnym elementem analizy portfelowej jest identyfikacja ewentualnych trendów, które mogą pojawić się w danych. Klasyczne metody detekcji trendu wymagają nieraz spełnienia wielu różnorodnych założeń, które w praktyce są często trudno weryfikowalne lub wręcz nie zawsze bywają spełnione. Wspomniane problemy potęgują się dodatkowo w sytuacjach, gdy dostępne dane są nieprecyzyjne.

W referacie zostanie przedstawiona konstrukcja nowego testu do wykrywania trendu. Właściwości nowego testu zostaną porównane z właściwościami najbardziej znanego testu detekcji trendu - nieparametrycznego testu Manna-Kendalla.

Następnie zostanie omówiona pewna modyfikacja przedstawionego wcześniej testu, tak aby mógł on również weryfikować hipotezy dotyczące występowania trendu na podstawie nieprecyzyjnych danych.

## Siła, sprawność, piękno, czyli pół godziny na pakierni

Paweł Naroski

Przeciętny człowiek pakujący zakupy w hipermarkecie do ekologicznej torby nie zdaje sobie sprawy jak często w informatyce, przemyśle czy innych działach gospodarki pojawiają się problemy, które rozwiązuje się przy pomocy jednej z wielu możliwych inkarnacji modelu nazywanego w kombinatoryce zbiorczą nazwą: upakowania. W ramach walki z przeciętnością wśród doktorantów zaprezentujemy jeden z problemów tego typu - upakowania dwóch grafów w grafie pełnym. Właściwie będzie o upakowaniach hipergrafów, ale nie chcieliśmy straszyć słuchaczy już w abstrakcie ;). O tym, że będzie fragment o hipergrafach niejednorodnych, to już w abstrakcie na pewno nie wspomnimy... Poza tym przedstawimy grę we własności grafowe, która ma - niezauważalny na pierwszy rzut oka - związek z upakowaniami grafów. A najważniejszym powodem dorzucenia gry do referatu jest to, że mimo niemądrej nazwy, w chwili obecnej gra ta podoba nam się nawet bardziej niż ostatnia dziewczyna Bonda.

## Jak zarobić milion dolarów - równania Naviera-Stokesa

Bernard Nowakowski

W roku 2000 Instytut Clay'a ogłosił listę 7 otwartych problemów matematycznych. Za rozwiązanie każdego z nich przewidziano nagrodę w wysokości miliona dolarów. Na tej liście znalazło się pytanie o istnienie rozwiązań równań Naviera-Stokesa. Opowiem, co te równania opisują, jakie mają zastosowania oraz na czym polega istota postawionego problemu.

## O rozkładach liczb naturalnych na sumy potęg

Karol Opara

Referat poświęcony będzie rozkładowi liczb naturalnych na sumy potęg liczb naturalnych. Twierdzenie Lagrange'a mówi, że każdą liczbę naturalną można przedstawić jako sumę co najwyżej czterech kwadratów. Okazuje się ponadto, że dla każdego wykładnika  $k$  istnieje liczba  $g(k)$  taka, że wszystkie liczby naturalne można przedstawić jako sumę  $g(k)$   $k$ -tych potęg. Omówione zostaną wyniki szacowania wartości funkcji  $g$  oraz jej uogólnień. Na koniec przedstawione będą otwarte problemy z tej tematyki.

## O pewnym niemonotonicznym modelu poroplastyczności

Sebastian Owczarek

Materiały porowate występują w mechanice gruntów. Są one kruche, ziarniste i często nasycone różnymi płynami. Referat przedstawiał będzie matematyczną analizę modelu opisującego dynamikę odkształceń niesprężystych w materiałach porowatych.

## Trapezoidalna apoksymacja liczb rozmytych

Karolina Pasternak-Winiarska

Efektywność przetwarzania i analizy nieprecyzyjnych danych, modelowanych za pomocą liczb rozmytych, zależy w dużej mierze od skomplikowania funkcji przynależności liczb rozmytych. Stąd też dla uproszczenia obliczeń oryginalne funkcje przynależności przybliża się krzywymi o regularnych i w miarę prostych kształtach. Jedną z często stosowanych metod aproksymacji liczb rozmytych jest aproksymacja trapezoidalna.

W pracy rozważany jest problem aproksymacji trapezoidalnej zachowującej tzw. przedział średni liczby. Głównym celem jest wyznaczenie operatora aproksymacyjnego, który danej liczbie rozmytej przyporządkowuje liczbę trapezoidalną najbliższą danej liczbie względem metryki z bisymetryczną wagą. Okazuje się, że rozwiązanie tego zagadnienia zależy od stopnia rozproszenia oraz od wielkości i kierunku ewentualnej asymetrii oryginalnej liczby rozmytej.

## Zagadnienia optymalnego stopowania i ich zastosowanie w naukach aktuarialnych

Adam Pasternak-Winiarski

W referacie przybliżone zostanie rozwiązanie problemu optymalnego stopowania procesu ryzyka w sytuacji niepełnej informacji o stanie rynku. W prezentacji podjęte zostaną także rozważania na temat możliwości wykorzystania otrzymanych rezultatów w najbardziej interesujących działach praktyki aktuarialnej - m.in. do wyznaczania „wartości wbudowanej” przedsiębiorstw ubezpieczeniowych (MCEV - Market Consistent Embedded Value).

## Złożoność obliczeniowa problemów $\mathcal{H}$ -dekompozycji i $\mathcal{H}$ -faktora

Natalia Petryszyn

W referacie zostaną przedstawione pojęcia  $\mathcal{H}$ -faktora, silnego  $\mathcal{H}$ -faktora,  $\mathcal{H}$ -dekompozycji oraz podany będzie związek między tymi pojęciami. Omówione zostaną dla pewnych rodzin  $\mathcal{H}$  znane wyniki dotyczące klasyfikacji problemu istnienia  $\mathcal{H}$ -dekompozycji ( $\mathcal{H}$ -faktora) ze względu na złożoność obliczeniową.

## Stacjonarne równania Naviera-Stokesa dla płynu ściśliwego

Tomasz Piasecki

Analiza układu równań Naviera-Stokesa dla cieczy ściśliwej to dynamicznie rozwijająca się dziedzina matematycznej teorii mechaniki płynów. Z powodu trudności związanych z mieszanym, eliptyczno-hiperbolicznym charakterem układu, ogólne wyniki dotyczące istnienia słabych i silnych rozwiązań zostały uzyskane stosunkowo niedawno, w latach 80-tych i 90-tych XX w. W pierwszej części mojego referatu chciałbym krótko omówić te klasyczne rezultaty, ograniczając się do ich sformułowań i pewnych uwag, bez wchodzenia w techniczne detale. W drugiej części wystąpienia przedstawię krótko tematykę mojej pracy doktorskiej dotyczącej równań stacjonarnych z warunkami brzegowymi typu poślizgu.

## O równaniach całkowych

Katarzyna Piaskowska

Referat będzie stanowił krótki przegląd wybranych zagadnień z teorii liniowych równań całkowych. Wyjaśnię, jakie są związki równań całkowych i różniczkowych oraz przedstawię jeden z powodów, dla których warto poznać bliżej zastosowania klasycznej teorii Fredholma.

---

## Rozgrywana liczba chromatyczna

Łukasz Rożej

W referacie zdefiniowana zostanie rozgrywana liczba chromatyczna i przedstawione zostaną znane ograniczenia na tę liczbę dla różnych klas grafów.

## Liczba obrotu i twierdzenie Poincarego o klasyfikacji homeomorfizmów okręgu

Justyna Signerska

Podstawowym pojęciem teorii rotacji jest tzw. liczba obrotu. Zobaczymy, że to „proste” narzędzie jest niezwykle przydatne w badaniu własności i struktur orbitowych odwzorowań okręgu. Pozwala również odpowiedzieć na pytanie, kiedy dany homeomorfizm okręgu jest topologicznie (semi-)sprzężony z obrotem i scharakteryzować zachowanie się jego orbit. Gdy odwzorowanie nie jest homeomorfizmem, liczba obrotu może nie istnieć lub zależeć od punktu początkowego. Niemniej jednak dla ciągłych odwzorowań okręgu stopnia 1 możemy zdefiniować tzw. przedziały rotacji. W referacie omówię również pokrótce, w jaki sposób liczba obrotu znalazła zastosowanie w analizie tzw. integrate-and-fire systems, pewnej klasy prostych modeli aktywności komórek nerwowych.

## Jak zrozumieć kobietę - czyli wnioskowanie w logice rozmytej

Paweł Rzążewski

Krótki przewodnik po zakamarkach życia, gdzie zwykła logika okazuje się niewystarczająca i należy użyć silniejszych narzędzi: przedstawienie idei logiki rozmytej. Czy okaże się ona wystarczająca do opisu zawichości życia?

## O równaniu Morse’a

Marcin Styborski

Zaprezentuję podstawowe fakty z teorii indeksu Conley’a niezbędne do sformułowania równania Morse’a. Plus przykłady.

## Problemy teorii układów dynamicznych

Grzegorz Świątek

Przedstawię ogólny przegląd tematyki układów dynamicznych przeznaczony dla niespecjalistów. Omówię klasyczne problemy teorii, takie jak stabilność oraz powstawanie i pojęcie chaosu oraz relację do dynamiki stochastycznej. Wspomnę też ważniejsze klasy układów, szczególnie intensywnie badane, w tym hiperboliczne, hamiltonowskie i konforemne.

## Kategorie funktorów

Marcin Świeca

Zamierzam opowiedzieć o kategorii funktorów i funktorów ściśle wielomianowych oraz ich zastosowaniu do liczenia kohomologii grupy liniowej.

## Geometryczna równoważność algebr funkcji gładkich i funkcji gładkich o nośnikach zwartych określonych na rozmaitości różniczkowej

Joanna Tarka

W referacie skupię się na pokazaniu bijektywnego oddziaływania spektrum obu algebr oraz izomorfizmu między derywacjami. Spektrum jest to zbiór punktów przestrzeni, zatem bijektywnie obie algebry kreują tę samą przestrzeń. Ponadto izomorfizm derywacji daje nam izomorfizm tensorów globalnych co oznacza ten sam tensor metryczny w obu przypadkach i w konsekwencji tę samą geometrię riemannowską opartą na tensorze metrycznym i module derywacji. Rozważania te są bardzo istotne, ponieważ okazuje się, że mimo zawężenia algebry funkcji gładkich do algebry funkcji gładkich o nośnikach zwartych dostajemy izomorfizm modułów i tę samą przestrzeń.

## Zliczanie minimalnych transwersal

Michał Tuczyński

Zaprezentuję algorytm do zliczania minimalnych transwersal w grafach o maksymalnym stopniu równym 3.



# Metody selekcji modelu w problemie estymacji funkcji gęstości prawdopodobieństwa

Małgorzata Wojtyś

Założmy, że gęstość  $f$  jest elementem  $k$ -tej rodziny w ciągu zagnieżdżonych rodzin modeli parametrycznych i nie jest elementem  $(k - 1)$ -szej rodziny. W referacie przedstawione zostaną przykłady procedur wyboru estymatora parametru  $k$  zbieżnego według prawdopodobieństwa do nieznannej wartości  $k$ .

## Grafy trójkątne

Anna Zapart

Grafy trójkątne znajdują zastosowanie między innymi w ujednoceniu podstawowych własności grafów pełnych oraz drzew. Pokazane zostaną możliwości konstrukcji grafów trójkątnych oraz teoretyczne własności umożliwiające projektowanie lokalnych algorytmów dla elekcji lidera oraz konstrukcji ich drzew rozpinających.

# PROGRAM WARSZTATÓW

**Czwartek, 23.04.2009**

**15:30:** zbiórka przy autokarze pod Gmachem Głównym Politechniki Warszawskiej,  
pl. Politechniki 1

**20:00-21:00:** przyjazd do Będlewa

**21:00-22:00:** kolacja

**22:00:** pokaz filmu poprzedzony otwarciem Warsztatów

**Piątek, 24.04.2009**

**8.00-9.00** śniadanie

## UKŁADY DYNAMICZNE

**9.00-9.30:** Grzegorz Świątek - Problemy teorii układów dynamicznych

**9.30-9.50:** Agnieszka Badeńska - Od liczb zespolonych do fraktali I

**9.50-10.10:** Piotr Gałązka - Od liczb zespolonych do fraktali II

**10.10-10.30:** Justyna Signerska - Liczba obrotu, jej uogólnienia i twierdzenie Poincarego o klasyfikacji homeomorfizmów okręgu

**10.30-10.50:** przerwa

## ANALIZA, TOPOLOGIA I GEOMETRIA

**10.50-11.20:** Andrzej Fryszkowski - Metody selekcji w inkluzjach różniczkowych

**11.20-11.40:** Artur Giżycki - Funkcja ciągła nie posiadająca pochodnej oraz funkcja nieciągła a różniczkowalna

**11.40-12.00:** Marek Kłocewiak - Prawo zero-jedynkowe w logice z kwantyfikatorami topologicznymi

**12.00-12.20:** Asia Tarka - Geometryczna równoważność algebr funkcji gładkich i funkcji gładkich o nośnikach zwartych określonych na rozmaitości różniczkowej

**12.20-12.40:** przerwa

## RÓWNANIA CAŁKOWE, NUMERYKA I NIECO MATEMATYKI FINANSOWEJ

**12.40-13.00:** Katarzyna Piaskowska - O równaniach całkowych

**13.00-13.20:** Jakub Kierzkowski - Równanie Sylvestra  $AX - XB = C$

**13.20-13.40:** Adam Pasternak-Winiarski - Zagadnienia optymalnego stopowania i ich zastosowanie w naukach aktuarialnych

**13.40-14.40:** obiad

## RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE I

**15.20-15.50:** Krzysztof Chełmiński - O modelowaniu ośrodków ciągłych

**15.50-16.10:** Łukasz Gleń - Monotoniczność i operatory maksymalnie monotoniczne

**15.10-16.30:** Sebastian Owczarek - O pewnym niemonotonicznym modelu poroplastyczności

**16.30-16.50:** Leszek Bartczak - Termoplastyczność - model matematyczny i jego analiza

**16.50-17.10:** przerwa

## RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE II

**17.10-17.30:** Bernard Nowakowski - Jak zarobić milion dolarów - równania Naviera-Stokesa

**17.30-17.50:** Tomasz Piasecki - Stacjonarne równania Naviera-Stokesa dla płynu ściśliwego

**17.50-18.10:** Marcin Styborski - O równaniu Morse'a

## NARZĘDZIA MATEMATYKA

**18.10-19.00:** Wykład o tym jak robić takie plakaty, jak Aga i takie prezentacje, jak Natka

**19.00-20.00:** kolacja

**Sobota, 25.04.2009**

**8.20-9.20:** śniadanie

**KOMBINATORYKA, ALGEBRA, ALGORYTYMIKA, CZYLI KOALA I**

**9.20-9.50:** Niespodziankowy wykład kombinatoryczno-algebraiczny

**9.50-10.10:** Bartek Jabłoński - Monoidy przemienne spełniające równość  $(n + 1)x = x$  i ich własności

**10.10-10.30:** Ania Zapart - Grafy trójkątne

**10.30-10.50:** Paweł Naroski - Siła, sprawność, piękno, czyli pół godziny na pakierni

**10.50-11.10:** przerwa

**KOALA II**

**11.10-11.30:** Natalia Petryszyn - Złożoność obliczeniowa problemów  $H$ -dekompozycji i  $H$ -faktora

**11.30-11.50:** Łukasz Rożej - Rozgrywana liczba chromatyczna

**11.50-12.10:** Michał Tuczyński - Zliczanie minimalnych transwersal

**12.10-12.30:** przerwa

**STATYSTYKA I ANALIZA DANYCH I**

**12.30-13.00:** Przemysław Grzegorzewski - Rozmowy przy herbacie, czyli o badaniu zależności między preferencjami

**13.00-13.20:** Piotr Ładyżyński - Rozmyte testy detekcji trendu

**13.20-13.40:** Karolina Pasternak-Winiarska - Trapezoidalna apoksymacja liczb rozmytych

**13.40-15.00:** obiad

**STATYSTYKA I ANALIZA DANYCH II**

**15.00-15.20:** Zosia Łabęda - Zastosowanie metod odkrywania wiedzy dla potrzeb detekcji uszkodzeń w Cukrowni Lublin S.A.

**15.20-15.40:** Mateusz Kobos - Kombinacja jądrowych estymatorów gęstości w klasyfikacji

**15.40-16.00:** Gosia Wojtyś - Metody selekcji modelu w problemie estymacji funkcji gęstości prawdopodobieństwa

**16.00-16.20:** Ania Krasnosielska - Zastosowanie modyfikacji problemu Elfvinga w transplantologii

**16.45-19.30:** spacer

**20.00:** ognisko z toastami na cześć organizatorów oraz sesją problemów otwartych

**Niedziela, 26.04.2009**

**8.00-9.00:** śniadanie

**WISIENKA NA TORCIE I**

**10.20-10.50:** Irmína Herburt - Środki radialne ciał wypukłych

**10.50-11.10:** Marcin Świeca - Kategorie funktorów

**11.10-11.30:** Ola Dąbrowska - Zagadka sudoku rozwiązana

**11.30-11.50:** przerwa

**WISIENKA NA TORCIE II**

**11.50-12.10:** Karol Opara - O rozkładach liczb naturalnych na sumy potęg

**12.10-12.30:** Paweł Rzażewski - Jak zrozumieć kobietę - czyli wnioskowanie w logice rozmytej

**12.30-12.50:** Tomek Brengos - Metody formalne w programowaniu: zastosowanie algebry w informatyce

**12.50-13.00:** Zakończenie Warsztatów

**13.00-14.00:** obiad

**14.00:** powrót



**Centrum Banacha**



**Politechnika  
Warszawska**



**Rada Doktorantów  
Politechniki Warszawskiej**



**SAMORZĄD  
STUDENTÓW  
POLITECHNIKI  
WARSZAWSKIEJ**