

# Kombinatoryka na słowach

## Tematy projektów

22 lutego 2023

Repetycją w słowie nazywamy dwa identyczne pod słowa, występujące jedno za drugim.

### 1. Gra w zamywanie repetycji

Dane wejściowe:

- ustalony alfabet  $A$
- liczba naturalna  $n$
- liczba tur

Gracze budują słowo składające się z liter z ustalonego alfabetu  $A$ . Po kolei dopisują po jednej literze na końcu słowa. Jeżeli w słowie pojawi się repetycja, wówczas druga jej część jest kasowana. Pierwszy gracz chce, aby utworzone słowo było długie, a drugi gracz chce, aby utworzone słowo było krótkie. Gracz pierwszy wygrywa, gdy w ciągu rozgrywki długość słowa osiągnie zadaną wartość  $n$ , gracz drugi wygrywa, gdy w ciągu całej rozgrywki długość słowa będzie mniejsza niż  $n$ .

- (a) Gra człowiek kontra komputer,
- (b) Gra komputer kontra człowiek,
- (c) Symulacja gry komputer kontra komputer, testy.

### 2. Thue online

Dane wejściowe:

- ustalony alfabet  $A$
- liczba naturalna  $n$

Gracze budują słowo składające się z liter z ustalonego alfabetu  $A$ . Pierwszy gracz pokazuje miejsce w słowie, a drugi wstawia tam literę. Pierwszy gracz chce zmusić drugiego do utworzenia repetycji, drugi stara się tego uniknąć. Pierwszy gracz wygrywa jeżeli w słowie pojawi się repetycja, drugi gracz wygrywa jeżeli słowo osiągnie długość  $n$  i nie ma w nim repetycji.

- (a) Gra człowiek kontra komputer,
- (b) Gra komputer kontra człowiek,
- (c) Symulacja gry komputer kontra komputer, testy.

### 3. Gra w niepowtarzanie (Nonrepetitive Game) W tej grze bierzemy pod uwagę tylko nietrywialne (dłuższe niż powtórzenie jednej litery typu „aa”) repetycje.

Dane wejściowe:

- ustalony alfabet  $A$
- liczba naturalna  $n$

Gracze budują słowo składające się z liter z ustalonego alfabetu  $A$ . Po kolei dopisują po jednej literze na końcu słowa. Pierwszy gracz stara się uniknąć repetycji, drugi stara się ją stworzyć. Pierwszy gracz wygrywa jeżeli uda mu się uniknąć repetycji i słowo osiągnie długość  $n$ , w przeciwnym przypadku wygrywa gracz drugi.

- (a) Gra człowiek kontra komputer,
- (b) Gra komputer kontra człowiek,
- (c) Symulacja gry komputer kontra komputer, testy.

#### 4. Liczby Van der Waerdena online

Dane wejściowe:

- liczba naturalna  $r$  - liczba dopuszczalnych kolorów
- liczba naturalna  $k$  - długość ciągu
- liczba naturalna  $n$

Gracze budują ciąg kolorowych żetonów. Pierwszy gracz wskazuje miejsce, w którym drugi gracz kładzie pokolorowany żeton. Żetony muszą być cały czas ułożone obok siebie, w jednej linii (traktujemy je jak liczby). W każdym kolejnym kroku można dostawić nowy żeton tuż przed już postawionymi, tuż za nimi albo gdzieś pomiędzy. Pierwszy gracz wygrywa gdy uda mu się zmusić drugiego gracza do ułożenia monochromatycznego ciągu arytmetycznego długości  $k$ , jeżeli mu się nie uda i zostanie położonych  $n$  żetonów, wygrywa gracz pierwszy.

- (a) Gra człowiek kontra komputer,
- (b) Gra komputer kontra człowiek,
- (c) Symulacja gry komputer kontra komputer, testy.

#### 5. Gra Van der Waerdena

Dane wejściowe:

- liczba naturalna  $k$  - długość ciągu

Gracze budują ciąg kolorowych żetonów. Każdy gracz ma swój własny kolor. Ruch polega na wybraniu miejsca i położeniu na nim żetonu w swoim kolorze. Żetony muszą być cały czas ułożone obok siebie, w jednej linii (traktujemy je jak liczby). W każdym kolejnym kroku można dostawić nowy żeton tuż przed już postawionymi, tuż za nimi albo gdzieś pomiędzy. Przegrywa gracz, który jako pierwszy ułoży monochromatyczny ciąg arytmetyczny o długości  $k$ .

- (a) Gra człowiek kontra komputer,
- (b) Symulacja gry komputer kontra komputer, testy.

## TRUDNIEJSZE TEMATY

#### 6. Abelowy Thue online

Dane wejściowe:

- ustalony alfabet  $A$
- liczba naturalna  $n$

W modelu abelowym dwa słowa są równe, jeżeli ich multizbiory liter są takie same (czyli jedno słowo jest permutowanym drugim słowem). Repetycją w sensie abelowym jest np.  $abccab$ .

Gracze budują słowo składające się z liter z ustalonego alfabetu  $A$ . Pierwszy gracz pokazuje miejsce w słowie, a drugi wstawia tam literę. Pierwszy gracz chce zmusić drugiego do utworzenia repetycji w sensie abelowym, drugi stara się tego uniknąć. Pierwszy gracz wygrywa jeżeli w słowie pojawi się repetycja, drugi gracz wygrywa jeżeli słowo osiągnie długość  $n$  i nie ma w nim repetycji.

- (a) Gra człowiek kontra komputer,
- (b) Gra komputer kontra człowiek,
- (c) Symulacja gry komputer kontra komputer, testy.

#### 7. Liczby Off-diagonal Van der Waerdena online

Dane wejściowe:

- liczba naturalna  $r$  - liczba dopuszczalnych kolorów
- liczby naturalne  $\{k_1, k_2, \dots, k_r\}$  - długości ciągów
- liczba naturalna  $n$

Gracze budują ciąg kolorowych żetonów. Pierwszy gracz wskazuje miejsce, w którym drugi gracz kładzie pokolorowany żeton. Żetony muszą być cały czas ułożone obok siebie, w jednej linii (traktujemy je jak liczby). W każdym kolejnym kroku można dostawić nowy żeton tuż przed już postawionymi, tuż za nimi albo gdzieś pomiędzy. Pierwszy gracz wygrywa gdy uda mu się zmusić drugiego gracza do ułożenia monochromatycznego ciągu arytmetycznego koloru  $i$  o długości  $k_i$  dla dowolnego  $i \leq r$ , jeżeli mu się nie uda i zostanie położonych  $n$  żetonów, wygrywa gracz drugi.

- (a) Gra człowiek kontra komputer,
- (b) Gra komputer kontra człowiek,
- (c) Symulacja gry komputer kontra komputer, testy.

#### 8. Gra w unikanie ciasnych bliźniaków

Dane wejściowe:

- ustalony alfabet  $A$
- liczba naturalna  $n$

Bliźniakami w słowie nazywamy 2 identyczne rozłączne podciągi tego słowa.

Ciasne bliźniaki to bliźniaki, które tworzą spójne podśłowo.

Gracze budują słowo składające się z liter z ustalonego alfabetu  $A$ . Pierwszy gracz pokazuje miejsce w słowie, drugi gracz wstawia tam wybraną literę z alfabetu. Pierwszy gracz chce zmusić drugiego do ułożenia ciasnych bliźniaków (dowolnej długości). Drugi gracz stara się układać słowo niezawierające żadnych ciasnych bliźniaków. Gracz pierwszy wygrywa, gdy w słowie wystąpią ciasne bliźniaki. Gracz drugi wygrywa, gdy słowo osiągnie długość  $n$ , a ciasne bliźniaki się nie pojawią.

- (a) Gra człowiek kontra komputer,
- (b) Gra komputer kontra człowiek,
- (c) Symulacja gry komputer kontra komputer, testy.

#### 9. Gra w unikanie ciasnych bliźniaków w permutacjach

Dane wejściowe:

- liczba ruchów (przedział liczb naturalnych)

Bliźniakami w permutacji nazywamy dwa rozłączne podciągi o tym samym typie porządkowym. Na przykład ciągi 586 i 397 mają ten sam typ porządkowy redukujący się do permutacji 132 (najmniejszy, największy, średni).

Ciasne bliźniaki w permutacji to bliźniaki, które tworzą spójny podciąg.

Gracze budują słowo składające się z liczb naturalnych z danego przedziału. Pierwszy gracz pokazuje miejsce w słowie, drugi gracz wstawia tam wybraną liczbę z jeszcze nieużytych. Pierwszy gracz chce zmusić drugiego do ułożenia ciasnych bliźniaków w permutacji (dowolnej długości). Drugi gracz stara się układać słowo niezawierające żadnych ciasnych bliźniaków. Gracz pierwszy wygrywa, gdy w słowie wystąpią ciasne bliźniaki. Gracz drugi wygrywa, gdy wszystkie liczby z danego przedziału zostaną już wykorzystane, a ciasne bliźniaki się nie pojawią.

- (a) Gra człowiek kontra komputer,
- (b) Gra komputer kontra człowiek,
- (c) Symulacja gry komputer kontra komputer, testy.

#### 10. Ramsey na słowach online

Dane wejściowe:

- ustalony alfabet  $A$
- liczba naturalna  $k$  (liczba kolorów)
- liczba naturalna  $l$  (długość pokolorowanych słów)
- liczba naturalna  $n$  (długość rozgrywki)

Gra dwuosobowa. Mamy ustalone pokolorowanie wszystkich słów długości  $l$  nad alfabetem  $A$  (może być losowo). Gracze budują słowo składające się z liter z ustalonego alfabetu  $A$ . Pierwszy gracz pokazuje miejsce w słowie, drugi gracz wstawia tam wybraną literę z alfabetu. Pierwszy gracz chce doprowadzić do pojawienia się obok siebie dwóch słów o tym samym kolorze, a drugi uniknąć takiej sytuacji. Gracz pierwszy wygrywa, gdy w słowie wystąpią obok siebie dwa pod słowa o tym samym kolorze. Gracz drugi wygrywa, gdy słowo osiągnie długość  $n$ , a takie pod słowa się nie pojawią.

Np. dla  $l = 2$  i słów „ab” i „bc” pokolorowanych na czerwono pojawienie się podciągu „abbc” oznacza wygraną pierwszego gracza.

- (a) Gra człowiek kontra komputer,
- (b) Gra komputer kontra człowiek,
- (c) Symulacja gry komputer kontra komputer, testy.

#### 11. Liczby Ramsey online (konieczne gui)

Dane wejściowe:

- liczba naturalna  $n$

Dwóch graczy: Konstruktor i Malarz, konstruuje pokolorowany krawędziowo graf. Na początku gry planszą jest zbiór  $n$  wierzchołków o stopniu 0. W każdej turze konstruktor rysuje nową krawędź, a Malarz maluje ją na jeden z 2 kolorów. Konstruktor chce zmusić malarza do utworzenia monochromatycznej kopii danego grafu  $H$ . Konstruktor wygrywa gdy w grafie pojawi się monochromatyczna kopia grafu  $H$ , Malarz wygrywa gdy wszystkie krawędzie kliku  $K_n$  zostaną pokolorowane i w grafie nie będzie monochromatycznej kopii grafu  $H$ .

- (a) Gra człowiek kontra komputer,
- (b) Gra komputer kontra człowiek,
- (c) Symulacja gry komputer kontra komputer, testy.