

1.	2.	3.	4.	5.	Σ .

Należy rozwiązać 4 z 5 poniższych zadań.

- (4 pkt) Dany jest dwuspójny graf G o tej własności, że dla każdej krawędzi $e \in E(G)$ zachodzi $\kappa(G \setminus e) < 2$. Pokazać, że wówczas $\kappa(G) = 2$.
($G' := G \setminus e$ to graf taki, że $V(G') = V(G)$ oraz $E(G') = E(G) \setminus \{e\}$.)
- (4 pkt) Udowodnić, że w grafie planarnym G dla dowolnych parami różnych wierzchołków x, y, z zachodzi $\deg_G x + \deg_G y + \deg_G z \leq 2|V(G)| + 2$.
- (4 pkt) Niech G będzie grafem planarnym takim, że $\delta(G) \geq 3$ oraz liczba regionów jest mniejsza od 12. Udowodnić, że talia grafu G jest mniejsza bądź równa 4.
(Talią grafu G nazywamy długość najkrótszego cyklu w G .)
- (4 pkt) Pokazać, że jeśli G jest grafem $2r$ -regularnym ($r \geq 1$) takim, że $|V(G)| = 4r + 1$ oraz istnieje w G cykl prosty długości $4r$, to G ma cykl Hamiltona.
- (4 pkt) Pokazać, że jeśli G jest k -spójny i $|V(G)| \geq k + 2$, to istnieje zbiór $W \subseteq V(G)$ taki, że $|W| = k + 1$ i $G(V \setminus W)$ jest spójny.