Imię i nazwisko .... grupa ....

1.	2.	3.	4.	5.	Σ.

Należy rozwiązać 4 z 5 poniższych zadań.

1. (4 pkt) Wykazać, że jeśli w grafie G wierzchołków stopnia niemniejszego niż k jest mniej niż k, to $\chi(G) \leqslant k$.
2. (4 pkt) Niech $G = G_1 \times G_2$. Pokazać, że wówczas $\chi(G) \leqslant \chi(G_1) \cdot \chi(G_2)$.
3. (4 pkt) Pokazać, że $\chi'(G) \geqslant \frac{2|E(G)|}{|V(G)|}$.
4. (4 pkt) Niech G będzie grafem dwudzielnym o klasach dwudzielności X i Y, w którym $|X| = |Y| = k$ oraz dla dowolnych dwóch niesąsiadujących wierzchołków x, y takich, że $x \in X$ oraz $y \in Y$ zachodzi $\deg_G(x) + \deg_G(y) \geqslant k$. Udowodnić, że wówczas G ma skojarzenie doskonałe.
5. (4 pkt) Dany jest spójny graf $G = (V, E)$. Niech

$$\tau = \{X \subseteq V : \sum_{x \in X} \deg_G(x) \leqslant 2|E| - 1\}.$$

   Czy para (V, τ) jest matroidem? Odpowiedź uzasadnić. Jeśli tak, to wyznaczyć bazę.