

MD 1 Zadania szuffadkowa Dirichleta

- 1.1. Udowodnić, że w dowolnym $n + 1$ -elementowym podzbiorze zbioru $\{1, 2, \dots, 2n\}$ są dwie liczby, których suma wynosi $2n + 1$.
- 1.2. Udowodnić, że w dowolnym $n + 1$ -elementowym podzbiorze zbioru $\{1, 2, \dots, 2n\}$ są dwie liczby względnie pierwsze.
- 1.3. Udowodnić, że w dowolnym $n + 1$ -elementowym podzbiorze zbioru $\{1, 2, \dots, 2n\}$ są dwie liczby, z których jedna jest dzielnikiem drugiej. Wsk. Każdą liczbę można przedstawić jednoznacznie jako iloczyn liczby nieparzystej i potęgi 2.
- 1.4. Udowodnić, że w dowolnym $n + 1$ -elementowym zbiorze liczb całkowitych są dwie liczby, których różnica jest podzielna przez n .
- 1.5. Udowodnić, że dla dowolnych liczb naturalnych względnie pierwszych a i m istnieje liczba naturalna n taka, że $a^n - 1$ jest podzielna przez m .
- 1.6. Udowodnić, że w dowolnym n -elementowym zbiorze liczb całkowitych istnieje niepusty podzbiór o sumie elementów podzielnej przez n .
- 1.7. Niech n będzie liczbą naturalną, a A k -elementowym podzbiorem zbioru $\{1, 2, \dots, n\}$, gdzie $k > \frac{n+1}{2}$. Udowodnić, że pewna suma dwóch liczb (niekoniecznie różnych) z A jest elementem A .
- 1.8. Niech A będzie ustalonym 10-elementowym podzbiorem zbioru $\{1, \dots, 50\}$. Udowodnić, że w zbiorze A istnieją dwa podzbiory 5-elementowe o tej samej sumie elementów.
- 1.9. Pewne 10 osób waży razem 800kg. Czy dowolne 4 osoby spośród nich może wsiąść do windy o udźwigu 300kg?