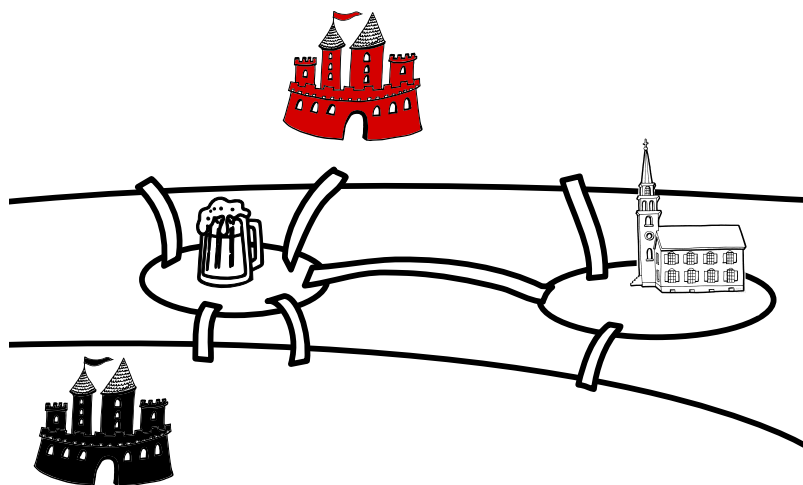


MDI 2 Zestaw 2: OBWÓD EULERA

- 2.1 (🍷) Znaleźć, o ile istnieje, graf eulerowski z parzystą liczbą wierzchołków i nieparzystą liczbą krawędzi.
- 2.2 (🍷) Mieszkańcy Królewca (patrz mapka poniżej), siedząc wieczorem w karczmie, często robili zakłady, że uda im się przejść po każdym moście dokładnie raz i wrócić do karczmy. Niestety, nikomu się to nie udawało, aż w końcu Mistrz Euler pokazał, że jest to niemożliwe.
- Czerwony Baron, mieszkający w czerwonym zamku, chcąc zaimponować mieszkańcom Królewca, postanowił zbudować nowy most, który pozwoliłby mu wystartować w swoim zamku i przejść przez każdy most dokładnie raz, kończąc wycieczkę w karczmie. Gdzie zbudować ósmy most?
 - Czarny Rycerz, mieszkający w czarnym zamku to zły bliźniak Czerwonego Barona. Rozłościł się występkiem brata i postanowił zbudować jeszcze jeden most, który pozwoliłby jemu dojść do karczmy (zaczynając z zamku i przechodząc przez każdy most raz), jednocześnie uniemożliwiając to Czerwonemu Baronowi. Gdzie zbudować dziewiąty most?
 - Biskup postanowił zakończyć te spory braci i jednocześnie ukrócić pijaństwo w Królewcu. Chce zbudować jeszcze jeden most, aby każdy mieszkaniec, po wyjściu z domu i obejściu wszystkich mostów wracał do domu, a nie włóczył się po karczmach. Gdzie zbudować dziesiąty most?



- 2.3 Pokazać, że jeśli G jest spójny i ma $2k$ wierzchołków stopnia nieparzystego to istnieją krawędziowo rozłączne drogi (dopuszczalne powtarzanie wierzchołków, ale nie krawędzi) Q_1, Q_2, \dots, Q_k , takie że $E(Q_1) \cup E(Q_2) \cup \dots \cup E(Q_k) = E(G)$.
- 2.4 Niech G będzie grafem k -regularnym, $|G| = 2k + 1$. Pokazać, że G i jego dopełnienie są eulerowskie.
- 2.5 Pokazać, że krawędzie dowolnego grafu 4-regularnego można pomalować na czerwono i niebiesko w taki sposób, że każdy wierzchołek jest incydentny z dwoma krawędziami czerwonymi i dwoma niebieskimi.
- 2.6 Pokazać, że graf spójny G jest grafem eulerowskim wtedy i tylko wtedy gdy każdy blok jest podgrafem eulerowskim. *Blok* jest to maksymalny podgraf bispójny.