

MDI 2 Zestaw 3: CYKL HAMILTONA

3.1 (🍷) Podać przykład grafu spójnego, który

- a) nie ma obwodu Eulera i nie ma cyklu Hamiltona
- b) ma obwód Eulera i nie ma cyklu Hamiltona
- c) nie ma obwodu Eulera i ma cykl Hamiltona
- d) ma obwód Eulera i ma cykl Hamiltona.

3.2 (🍷) Pokazać, że jeśli graf G jest 6-regularny i ma 11 wierzchołków to G ma cykl Hamiltona.

3.3 (🍷) Pokazać, że jeśli graf G ma cykl Hamiltona, to jest 2-spójny.

3.4 Pokazać, że jeśli graf G jest dwudzielny o klasach X i Y oraz $|X| \neq |Y|$, to G nie jest hamiltonowski.

3.5 Dla grafu $G = (V, E)$ definiujemy graf krawędziowy $L(G) = (E, F)$ gdzie $e, f \in E$ tworzą krawędź w $L(G)$ jeśli w G mają wspólny koniec. Jak zależą od siebie eulerowskość i hamiltonowskość grafów G i $L(G)$?

3.6 Udowodnić Twierdzenie Ore'go: Jeśli w grafie G o $n \geq 3$ wierzchołkach dla każdej pary niesąsiadujących wierzchołków u i v zachodzi $\deg v + \deg u \geq n$, to G zawiera cykl Hamiltona. Wykazać, że Twierdzenie Ore'go jest silniejsze od Twierdzenia Diraca.

3.7 Czy szachownice 4×4 oraz 5×5 można obejść skoczkiem szachowym (wracając na pole wyjściowe oraz każde inne pole odwiedzając dokładnie raz) ?

3.8 (⚙️) Dla grafu G , graf G^2 powstaje z G przez dodanie krawędzi łączących wszystkie wierzchołki oddalone od siebie o 2.

Znajdź wszystkie drzewa T , dla których graf T^2 jest Hamiltonowski.

3.9 Rozważmy algorytmy aproksymacyjne dla problemu komiwojażera. Pokaż, że dla żadnego c i żadnego wariantu rozstrzygnięcia remisów

- a) algorytm zachłanny (startujemy z dowolnego wierzchołka i zawsze wybieramy najbliższego nieodwiedzonego sąsiada) nie jest c -aproksymacyjny,
- b) algorytm TA-MST (dwa razy wokół minimalnego drzewa rozpinającego) nie jest c -aproksymacyjny.