

MD 5

Zasada włączania i wyłączenia

- 5.1. Ile liczb naturalnych nie przekraczających 1000 nie dzieli się ani przez 2, ani przez 3 ani przez 11?
- 5.2. Ile jest permutacji zbioru $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$, w których pierwsza liczba jest większa od 2, a ostatnia jest mniejsza od 9?
- 5.3. Ile jest permutacji liczb $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ w których nie występują $12, 34, 56, 78$ (jako podciągi kolejnych wyrazów)?
- 5.4. Iloza sposobami można na szachownicy 8×8 rozmieścić 8 wież, aby żadne dwie się nie atakowały i a) żadna z nich nie stała na głównej przekątnej b) dokładnie jedna z nich stała na głównej przekątnej?
- 5.5. Ile jest ciągów długości $2n$ takich, że każda liczba $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ występuje dokładnie dwa razy oraz każde sąsiednie dwa wyrazy są różne?
- 5.6. Przez pustynię idzie karawana składająca się z 9 wielbłądów. Iloza sposobami można przestawić wielbłądy tak, aby przed każdym wielbłądem siedł inny niż przed przedstawieniem?
- 5.7. Z przyjęcia, na którym było 10 par małżeńskich jego uczestnicy wychodzą parami (kobieta z mężczyzną). Ile jest możliwości, że żaden mężczyzna nie wychodzi ze swoją żoną?
- 5.8. Po prywatce, na której było 10 osób każda osoba stara się włożyć dwa buty. Ile jest możliwości, że każda osoba próbuje włożyć co najmniej jeden nie swój but? (Zakładamy, że możliwe jest, że osoba może próbować zakładać buty nie od pary oraz może próbować zakładać dwa lewe lub dwa prawe buty lub może próbować zakładać buty "nie na tę nogę".)
- 5.9. Mamy n par butów. Na ile sposobów można je ustawić w ciąg, aby buty z jednej pary nie stały obok siebie?
- 5.10. Ile jest całkowitoliczbowych rozwiązań równania $x_1 + \dots + x_6 = 30$ spełniających poniższe warunki?
- a) $0 \leq x_i \leq 10, i = 1, \dots, 6$,
- b) $-10 \leq x_i \leq 20, i = 1, \dots, 6$,
- c) $0 \leq x_i, i = 1, \dots, 6$
 $x_1 \leq 5, x_2 \leq 10, x_3 \leq 15, x_4 \leq 20$.
- 5.11. Ile jest ciągów długości $n, n \geq 3$, złożonych z cyfr $0, 1, \dots, 9$ takich, że każda z cyfr $1, 2, 3$ występuje w każdym z ciągów co najmniej raz?
- 5.12. Ile jest macierzy zero-jedynkowych o wymiarach n na n , w których co najmniej jeden wiersz jest zerowy?
- 5.13. Oblicz prawdopodobieństwo, że rzucając dziesięć razy dwoma kostkami do gry uzyskamy wszystkie pary $\{i, i\}$, gdzie $i = 1, \dots, 6$.
- 5.14. Przy okrągłym stole sadzamy n małżeństw, na przemian kobietę i mężczyznę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że żadne małżeństwo nie będzie siedziało obok siebie?
- 5.15. Ile jest sposobów usadowienia rzędem 3 Anglików, 3 Francuzów i 3 Turków, aby:
- a) żadna trójka, b) żadna dwójka rodaków nie siedziała obok siebie? (wsk. do b) policzyć na ile sposobów może siedzieć przynajmniej jedna dwójka, przynajmniej dwie itd.)