Egzamin końcowy.

Zasady ogólne.

- W przypadku, kiedy student kilka razy podchodzi do egzaminu, do oceny ostatecznej liczy się podejście najlepsze. Zasady wyliczania oceny ostatecznej są podane w konspekcie, a skalę ocen podaję na końcu.

- W przypadku naruszenia przez studenta reguł podanych przez Dziekana, przeze mnie, lub wynikających z ogólnie przyjętych zasad godziwego postępowania, nastąpi zawieszenie całego regulaminu zaliczenia w stosunku do takiego studenta, który zachowa jedynie prawo do egzaminu ustnego z całości materiału.

- Egzamin końcowy będzie się składał z trzech pytań: o twierdzenie, zagadnienie i przykład. Będzie oceniony w skali (0-50), z czego 20 przypada na przykłady (po 10 na każdy), a po 15 na pozostałe pytania.

- Część pisemna obejmować będzie przykłady, a część ustna pozostałe pytania. Wynik egzaminu wyrazi się sumą wyniku z pisemnego i następującego po nim egzaminu ustnego. Jeśli student rezygnuje z niektórych terminów ustnego, to z pisemnego liczy się najlepszy wynik od czasu poprzedniego podejścia do ustnego.

Uwagi szczegółowe. Bardzo dobra odpowiedź na pytanie pierwsze będzie polegała na podaniu sformułowania twierdzenia oraz szczegółowego dowodu.

W zagadnieniach chodzi o zbadanie szerokości, a niekoniecznie głębi, wiedzy studenta. W części egzaminu dotyczącej zagadnień zadam trzy proste dotyczące podanych zagadnień, być może każde innego, oczekując odpowiedzi zwięzłych, precyzyjnych i bez dowodu, chociaż mogę spytać "A z jakiego twierdzenia to wynika?". Przykłady podane będą w formie zadaniowej.

Twierdzenia.

1. Twierdzenie Łuzina.
2. Twierdzenie Caratheodory'ego.
3. Lemat Poincarégo z dowodem dla cegły oraz sformułowanie ciągów dokładnych dla form i funkcji/pól wektorowych w $\mathbb{R}^3$.
4. Twierdzenie o równoważności zwartości, zwartości ciągowej oraz całkowitej ograniczoności i zupełności w przestrzeniach metrycznych.
5. Twierdzenie o produkcie miar Lebesgue'a w wymiarach k, ℓ i $k + \ell$.
6. Twierdzenie o gęstości funkcji ciągłych w L_p, bez dowodu tw. Tietzego.

Zagadnienia.

1. Konstrukcja i własności miary Lebesgue'a w $\mathbb{R}^m$, w tym miara zewnetrzna Lebesgue'a i jej własności, warunki mierzalności zbiorów, zbiory borelowskie.
2. Przestrzenie L_p dla $1 \leq p \leq \infty$, w tym nierówności Höldera i Minkowskiego, definicja norm, istotne supremum
3. Miary produktowe - zewnetrzna miara produktowa i jej własności, konstrukcja i własności miary produktowej, twierdzenie Fubiniego
4. Funkcje mierzalne i proste, w tym pre-całka.
5. Funkcje ciągłe w przestrzeniach topologicznych i metrycznych, w tym związki ze zwartością, lemat Urysohna i twierdzenie Tietzego.
6. Teoria całki dla funkcji mierzalnych i nieujmenych oraz sumowalnych.

Przykłady.

1. Zastosowania twierdzeń z teorii całki: zamiana kolejności granicy i całki, linowość, monotoniczność.
2. Zastosowania twierdzenia Fubiniego.
3. Zastosowania twiedzenia o zamianie zmiennych.

4. Parametryzacja łuków i płatów, całki wszelkich typów po krzywych i powierzchniach,
5. Zastosowania twierdzeń Greena, Gaussa-Ostrogradskiego oraz Stokesa dla pól i form, wzory Greena.
6. Rachunek form różniczkowych, w tym iloczyn zewnętrzny, pochodna zewnętrzna i zastosowania lematu Poincarégo.

Skala ocen. Razem do uzyskania jest $K \in [0, 200]$ punktów - co do definicji K, proszę sprawdzi"c w konspekcie.

100-124 dostatecznie

125-139 dostatecznie z plusem

140-155 dobrze

155-169 dobrze z plusem

170- bardzo dobrze

Życzę powodzenia,
Grzegorz Świątek
dn. 8 grudnia 2023