

Egzamin końcowy.

Zasady ogólne.

- W przypadku, kiedy student kilka razy podchodzi do egzaminu, do oceny ostatecznej liczy się podejście najlepsze. Zasady wyliczania oceny ostatecznej są podane w konspekcie, a skalę ocen podaję na końcu.
- W przypadku naruszenia przez studenta reguł podanych przez Dziekana, przeze mnie, lub wynikających z ogólnie przyjętych zasad godziwego postępowania, nastąpi zawieszenie całego regulaminu zaliczenia w stosunku do takiego studenta, który zachowa jedynie prawo do egzaminu ustnego z całości materiału.
- Egzamin końcowy będzie się składał z trzech pytań: o twierdzenie, zagadnienie i przykład. Będzie oceniony w skali (0-50), z czego 20 przypada na przykłady (po 10 na każdy), a po 15 na pozostałe pytania.
- Część pisemna obejmować będzie przykłady, a część ustna pozostałe pytania. Wynik egzaminu wyrazi się sumą wyniku z części pisemnej i następującego po niej egzaminu ustnego. Jeśli student rezygnuje z niektórych terminów ustnego, to z pisemnego liczy się najlepszy wynik od czasu poprzedniego podejścia do ustnego.

Uwagi szczegółowe. Bardzo dobra odpowiedź na pytanie pierwsze będzie polegała na podaniu sformułowania twierdzenia oraz szczegółowego dowodu.

W zagadnieniach chodzi o zbadanie szerokości, a niekoniecznie głębi, wiedzy studenta. W części egzaminu dotyczącej zagadnień zadam trzy proste dotyczące podanych zagadnień, być może każde innego, oczekując odpowiedzi zwięzłych, precyzyjnych i bez dowodu. Np. "Jak można scharakteryzować zbiór rozwiązań równania liniowego niejednorodnego w przestrzeni liniowej funkcji ciągłych?" - przykładowa bardzo dobra odpowiedź brzmiałaby "Jest warstwą podprzestrzeni rozwiązań odpowiedniego równania jednorodnego." Uzasadnienie odpowiedzi potrzebne jest o tyle, abym wiedział, że odpowiedź nie jest przypadkowa - spytam o nie, jeśli będzie trzeba, np. "A z jakiego twierdzenia to wynika?"

Przykłady podane będą w formie zadaniowej. Np. podane będzie równanie, podane funkcje, sprawdzić, która jest z nich jest funkcją Lapunowa, i wyjaśnić, co ona mówi o stabilności położeń równowagi układu.

Twierdzenia.

1. Twierdzenie Picarda-Lindelöfa o lokalnym istnieniu i jednoznaczności rozwiązań.
2. Różniczkowalna zależność od parametrów (**+3p.**) *lub* nierówność Gronwalla. (**-4p.**).
3. Rozwiązania przez szeregi potęgowe wokół punktu regularnego.
4. Twierdzenie spektralne dla funkcji analitycznych - w tym pełny dowód twierdzenia dla wielomianów, o ile się z niego korzysta.
5. Twierdzenie o asymptotycznym zachowaniu $\|e^{At}\|$ - możliwość wyboru dowodu tylko oszacowania górnego (**-5p.**), lub pełny dowód (**+1p.**).
6. Twierdzenie o minimach funkcji Lapunowa i stabilności - bez stabilności asymptotycznej.

Zagadnienia.

1. Problem Cauchy'ego i jego równoważna postać całkowa, istnienie i jednoznaczność rozwiązań, rozwiązania wysyczone, przedłużanie rozwiązań.
2. Metoda Frobeniusa - w tym pojęcie punktu regularnie osobliwego.
3. Rozwiązania układów liniowych jednorodnych: przestrzeń rozwiązań, układ fundamentalny, macierze rozwiązujące.
4. Twierdzenia o ciągłej i różniczkowalnej zależności od warunków początkowych i parametrów niewymienione w dziale "Twierdzenia" - dokładne sformułowania bez dowodów
5. Hiperboliczność i stabilność punktów równowagi, w tym tw. o stabilności układów liniowych i Grobmana-Hartmana.
6. Zagadnienia brzegowe.

Przykłady.

1. Rozwiązywanie równań metodą szeregów potęgowych - zarówno w przypadku punktu regularnego, jak i regularnie osobliwego.
2. Zasada Duhamela i funkcje Greena, rozwiązania ogólne równań liniowych jednorodnych i niejednorodnych.
3. Potoki - policzenie i zastosowanie własności w konkretnych sytuacjach, w tym liczenie pochodnych poprzez równania na wariację.
4. Wzory Liouville'a i Abela.
5. Zastosowania twierdzenia spektralnego, wyznaczanie macierzy spektralnych.
6. Całki pierwsze, funkcje Lapunowa i ich zastosowania do badania stabilności.

Skala ocen. Razem do uzyskania jest $K \in [0, 200]$ punktów - co do definicji K , proszę sprawdzić w konspekcie.

100-124 dostatecznie

125-139 dostatecznie z plusem

140-154 dobrze

155-169 dobrze z plusem

170- bardzo dobrze

Życzę powodzenia,
Grzegorz Świątek
dn. 13 grudnia 2023