

Zagadnienie przydziału

Istnieje możliwość obsadzenia n stanowisk roboczych przez n osób (pracowników). Znałe są efekty pracy j -ego robotnika na i -tym stanowisku. Efekty mogą być ocenione pozytywnie (np. wydajność, wartość produkcji w przeliczeniu na jednostkę czasu) lub negatywnie (np. liczba braków, czas wykonywania pracy, koszty związane z wykonywaniem pracy). Efekty te dane są macierzą $C = [c_{ij}]$ ($i, j = 1, \dots, n$). Należy przydzielić pracowników do poszczególnych stanowisk tak, aby zmaksymalizować pozytywne bądź zminimalizować negatywne efekty pracy całego zespołu. Zakłada się tu, że każde stanowisko może być obsadzone przez jednego pracownika, a tym samym każdy pracownik może pracować na jednym stanowisku.

Rozwiązaniem tego problemu jest kwadratowa macierz permutacji $X = [x_{ij}]$ ($i, j = 1, \dots, n$), przy czym $x_{ij} = 1$, gdy j -emu pracownikowi zostanie przyporządkowane i -te stanowisko i $x_{ij} = 0$ w pozostałych przypadkach. Tak zdefiniowana macierz X , nazywana *macierzą przydziału*, jednoznacznie wyznacza pewien przydział stanowisk poszczególnym robotnikom.

Model matematyczny zagadnienia przydziału

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \text{ (lub } \max \text{)}$$

przy ograniczeniach

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad (i = 1, \dots, n) \quad \text{oraz} \quad \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad (j = 1, \dots, n)$$

Algorytm węgierski (D.Königa) (funkcja celu jest minimalizowana)

- Etap 1** Przekształcanie macierzy C do takiej postaci, by w każdy wierszu i w każdej kolumnie występowało co najmniej jedno zero — od każdego wiersza odejmujemy jego najmniejszy element i, jeżeli trzeba, to następnie od każdej kolumny odejmujemy jej najmniejszy element;
- Etap 2** Skreślanie w przekształcanej macierzy wierszy i kolumn zawierających zera — jeżeli najmniejsza liczba linii niezbędnych do pokrycia wszystkich zer jest mniejsza od wymiaru n , to etap 3; jeżeli liczba ta jest równa n , to etap 4;
- Etap 3** W bieżącej (przekształcanej) macierzy C znajdujemy najmniejszy nieskreślony element i ten element: (a) odejmujemy od elementów nieskreślonych; (b) dodajemy do elementów podwójnie skreślonych. Elementy skreślone jedną linią zostawiamy bez zmian; powracamy do etapu 2;
- Etap 4** Ustalanie rozwiązania optymalnego — w macierzy X jedynki umieszczamy tylko na tych polach, na których w przekształcanej macierzy C występują zera (przy ograniczeniu, że w każdym wierszu i w każdej kolumnie ma występować tylko jedna jedynka).