

Zadanie planowania pracy na jednym stanowisku

Na stanowisku należy wykonać n operacji $o_1, o_2, \dots, o_n$. Przyjmujemy następujące założenia:

1. Operacje są niepodzielne; na stanowisku nie może być wykonywana więcej niż jedna operacja jednocześnie.
2. Każda operacja o_j ($j = 1, \dots, n$) jest scharakteryzowana zbiorem danych zawierającym:
 - (a) czas wykonywania $a_j > 0$;
 - (b) moment przybycia (gotowości) $r_j \geq 0$, w którym operacja staje się dostępna do wykonania;
 - (c) żądany termin zakończenia $d_j > 0$, do którego należy zakończyć wykonywanie operacji.
3. Pewne operacje powinny być wykonane wcześniej niż inne.

Zadanie polega na takim zaplanowaniu pracy stanowiska, które minimalizuje moment zakończenia wykonywania ostatniej w kolejności operacji.

Model matematyczny

$$\min t$$

przy ograniczeniach

1. $x_j + a_j \leq t$ ($j = 1, \dots, n$)
2. $x_j \geq r_j, \quad x_j + a_j \leq d_j$ ($j = 1, \dots, n$)
3. $n(n-1)/2$ warunków postaci

$$x_i + a_i \leq x_j \quad \text{gdzie } i\text{-ta operacja ma poprzedzać } j\text{-tą}$$

$$x_i + a_i \leq x_j \vee x_j + a_j \leq x_i \quad \text{w pozostałych przypadkach}$$

gdzie $t \geq 0, x_j \geq 0$ jest momentem rozpoczęcia wykonywania j -tej operacji ($j = 1, \dots, n$).

Uwaga. Wprowadzając dodatkową zmienną binarną y_{ij} , warunek $x_i + a_i \leq x_j \vee x_j + a_j \leq x_i$ można zapisać w postaci

$$\begin{cases} My_{ij} + (x_i - x_j) \geq a_j \\ M(1 - y_{ij}) + (x_j - x_i) \geq a_i \end{cases},$$

gdzie M jest dostatecznie dużą liczbą.