

### 1.1 ZADANIA NA ZAJĘCIA

Poniższe cztery ćwiczenia są bardzo istotne do sprawnego działania na liczbach zespolonych, które będą omawiane za kilka tygodni.

**ZADANIE 1.1.** Zaznacz na płaszczyźnie punkty o współrzędnych  $(\cos \alpha, \sin \alpha)$  odpowiadające kątom skierowanym  $\alpha$  z poniższej tabeli.

$\alpha$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$
$\sin \alpha$	$-\frac{\sqrt{4}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$

Dla każdego z tych punktów:

- zaznacz półprostą wychodzącą z punktu  $(0, 0)$  przechodzącą przez ten punkt;
- następnie zaznacz (i odczytaj współrzędne) punktu przecięcia zaznaczonej półprostej z okręgami o środku w  $(0, 0)$  i promieniach 2 i 4.

Analogiczne ćwiczenie można powtórzyć dla kątów skierowanych z II i III ćwiartki układu współrzędnych.

Wyniki zanotuj na przyszłe zajęcia.

**ZADANIE 1.2.** Korzystając z wyników graficznych powyższego zadania rozwiąż (bez zbędnych czynności, jak na przykład korzystanie z tablic, czy rysowanie wykresów funkcji trygonometrycznych) następujące układy równań.

a)  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin \alpha = \frac{1}{2}$

c)  $2 \cos \alpha = 1, \quad 2 \sin \alpha = -\sqrt{3}$

b)  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

d)  $\sqrt{2} \cos \alpha = -1, \quad \sqrt{2} \sin \alpha = 1$

**ZADANIE 1.3.** Dla  $n \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$  zaznacz na płaszczyźnie wierzchołki  $n$ -kąta foremnego wpisanego w okrąg o środku w  $(0, 0)$  i promieniu 1, którego jeden z wierzchołków jest punktem  $(1, 0)$ .

Jakie kąty skierowane (liczone miarą łukową) odpowiadają tym wierzchołkom?

**ZADANIE 1.4.** Dla  $n \in \{2, 3, 4, 6\}$  zaznacz na płaszczyźnie wierzchołki  $n$ -kąta foremnego wpisanego w okrąg o środku w  $(0, 0)$  (i odpowiednim promieniu), którego jednym z wierzchołków jest  $P$ .

a)  $P = (0, -1)$

b)  $P = (1, 1)$

Jakie kąty skierowane (liczone miarą łukową) odpowiadają tym wierzchołkom?

## 1.2 ZADANIA DODATKOWE

**ZADANIE 1.5.** Korzystając z wyników graficznych zadania 1.1 rozwiąż (bez zbędnych czynności, jak na przykład korzystanie z tablic, czy rysowanie wykresów funkcji trygonometrycznych) następujące układy równań.

$$\text{a) } \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\text{c) } \sqrt{3} \cos \alpha = 3, \quad \sqrt{3} \sin \alpha = -\sqrt{3}$$

$$\text{b) } \cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{d) } 2\pi \cos \alpha = -\pi, \quad 2\pi \sin \alpha = -\sqrt{3}\pi^2$$

**ZADANIE 1.6.** Dla  $n \in \{7, 9, 12\}$  zaznacz na płaszczyźnie wierzchołki  $n$ -kąta foremnego wpisanego w okrąg o środku w  $(0, 0)$  i promieniu 1, którego jeden z wierzchołków jest punktem  $(1, 0)$ .

Jakie kąty skierowane (liczone miarą łukową) odpowiadają tym wierzchołkom?

**ZADANIE 1.7.** Dla  $n \in \{2, 3, 4, 5, 6, 12\}$  zaznacz na płaszczyźnie wierzchołki  $n$ -kąta foremnego wpisanego w okrąg o środku w  $(0, 0)$  (i odpowiednim promieniu), którego jednym z wierzchołków jest  $P$ .

$$\text{a) } P = (-\sqrt{3}, 1)$$

$$\text{b) } P = (-\sqrt{3}, -\sqrt{3})$$

$$\text{c) } P = (2, 2\sqrt{3})$$

$$\text{d) } P = (-3, 0)$$

Jakie kąty skierowane odpowiadają tym wierzchołkom?

**ZADANIE 1.8.** Wyznacz i zaznacz na prostej kilka spośród zbiorów  $A_t$ , dla  $t \in T$ .

$$\text{a) } A_t = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 3x - 2tx - 6t = 0\}, T = \mathbb{N}$$

$$\text{c) } A_t = \{x \in \mathbb{R} : \sin x < t\}, T = \mathbb{N}_0$$

$$\text{b) } A_t = \left\{x \in \mathbb{R} : 1 + \frac{1}{t} \leq x \leq 3 + \frac{2}{t}\right\}, T = \mathbb{N}$$

$$\text{d) } A_t = \{x \in \mathbb{R} : \cos x = t\}, T = \mathbb{R}_+$$

**ZADANIE 1.9.** Wyznacz i narysuj na płaszczyźnie kilka spośród zbiorów  $A_t$ , dla  $t \in T$ . Wyobraź sobie jak wyglądałyby pozostałe z tych zbiorów.

$$\text{a) } A_t = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y + 1)^2 \geq t^2\}, T = \mathbb{N}_0$$

$$\text{c) } A_t = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq tx(x - 2)\}, T = \mathbb{N}_0$$

$$\text{b) } A_t = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y < tx + 1\}, T = \mathbb{R}_+$$