

AL1 (Inżynieria Biomedyczna)

Z_1 (zima 2014)

1. Zapisać następujące liczby zespolone w postaci trygonometrycznej oraz wykładniczej:

$$2012, -45j, -4 + 4\sqrt{3}j, \frac{-1 + j}{\sqrt{3} - j}.$$

2. Wykonać działania: $\left(\frac{1 + 2j}{-3 + j}\right)^2$, $\left(\frac{2 - j}{-2j}\right)^4$, $\left(\frac{1 + j}{2 - 2\sqrt{3}j}\right)^{15}$, $\frac{(1 + j)^6}{j^{21}}$, $\frac{(\sqrt{3} + j)^5(-\sqrt{3} + j)^3}{(\sqrt{3} - j)^7(-\sqrt{3} - j)^5}$, $(\cos 7^\circ + j \sin 7^\circ)^{60}$.

3. Wyznaczyć wszystkie możliwe wartości potęgi $\left(\frac{1 + j}{1 - j}\right)^n$, gdy $n \in \mathbb{N}$.

4. Wyznaczyć wszystkie liczby zespolone z spełniające równanie

(a) $z = -2(\bar{z} + j)$;

(b) $z^2 = -2\bar{z}$.

5. Rozwiązać układ równań:
$$\begin{cases} (\operatorname{Im} z)^2 = \operatorname{Im}(z^2) \\ \operatorname{Re}(z^2) = -3 \end{cases}$$

6. Obliczyć wszystkie pierwiastki zespolone

(a) trzeciego stopnia z liczby $27j$;

(b) czwartego stopnia z liczby $-16 - 16j$.

7. Wyznaczyć wszystkie liczby zespolone $z = x + jy$ takie, że $z^2 = 32 - 24j$.

8. Rozwiązać w zbiorze liczb zespolonych równanie:

(a) $z^2 = (1 + j)^4$;

(b) $z^3 = (-\sqrt{3} + j)^3$

(c) $z^2 + 8z + 10 = 0$;

(d) $z^2 + (2 - 3j)z - 3j = 0$;

(e) $z^2 - (2 - j)z + 3 - j = 0$;

(f) $z^4 + (1 + j)^4 = -4j$;

(g) $z^4 + z^2 + 1 = 0$;

(h) $z^3 - 3z^2 + 4z - 2 = 0$.