

IBM – ALGEBRA, ZESTAW 4 (POWTÓRZENIOWY)

1. Obliczyć (wyniki przedstawić w postaci algebraicznej i trygonometrycznej):

$$(1 - i)^3 \cdot (\sqrt{3} + i)^4 \cdot (1 - i\sqrt{3})^5$$

$$\sqrt[3]{\frac{2i^3 \cdot (1 + i)^6}{-3 \cdot (-i)^5 \cdot (-1 + i\sqrt{3})^9}}$$

2. Rozwiązać równania i nierówności (przedstawić wyniki w postaci algebraicznej lub trygonometrycznej oraz, jeśli to możliwe, pokazać interpretację geometryczną):

$$(z - 1)(\bar{z} + 1) = 4 + 2i$$

$$\operatorname{Im}\left(\frac{z + 1}{z - i}\right) = 1$$

$$z^4 = \bar{z}^5$$

$$z^4 = 2\bar{z}^5$$

$$\operatorname{Re}(z^6) > 0$$

$$\operatorname{Re}(z^6) > \operatorname{Im}(z^6)$$

3. Znaleźć wszystkie zespolone pierwiastki wielomianu $z^8 - 17z^4 + 16$.

4. Wiedząc, że liczba zespolona $z_1 = 2i - 1$ jest pierwiastkiem wielomianu $w(z) = z^4 + 3z^2 - 6z + 10$, znaleźć pozostałe jego pierwiastki.

5. Znaleźć współczynniki, dla których poniższe równości stają się tożsamościami:

$$\text{a) } \frac{2x + 1}{x^3 + x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x - i} + \frac{C}{x + i}$$

$$\text{b) } \frac{2x + 1}{x^3 + x} = \frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$$

$$\text{c) } \frac{5x^2 + 15x - 26}{x^4 - 5x^2 + 4} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 1} + \frac{C}{x - 2} + \frac{D}{x + 2}$$

$$\text{d) } \frac{5x^2 - 15x - 26}{x^4 - 5x^2 + 4} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 1} + \frac{C}{x - 2} + \frac{D}{x + 2}$$

Porównać wynik a) z b) oraz c) z d).