

IBM – ALGEBRA, ZESTAW 9 (POWTÓRZENIOWY)

1. Obliczyć rząd macierzy:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & a \\ 1 & a & 1 \\ a & 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 5 & 3 & 9 \\ 4 & 6 & a \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 & a & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

w zależności od parametru $a \in \mathbf{R}$.

2. Rozwiązać (być może różnymi metodami: eliminacji, Cramera, macierzy odwrotnej) układ równań:

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 1 \\ x + 3y - z = 0 \\ 2x - y - 3z = 3 \end{cases}$$

3. Zbadać rozwiązalność układu w zależności od parametru $a \in \mathbf{R}$:

$$\begin{cases} x + ay - z = 5 \\ x + y - az = 2a \\ x + 3ay + 3z = 9 \end{cases}$$

W szczególności ustalić, dla jakich a układ ma

- a) 0 rozwiązań;
- b) dokładnie jedno rozwiązanie;
- c) nieskończenie wiele rozwiązań.

4. Poniższy układ równań z parametrem $a \in \mathbf{R}$:

$$\begin{cases} x + ay = a^2 - a \\ ax + y = 2a \\ ax + ay = a^2 \end{cases}$$

ma

- a) 0 rozwiązań dla a
- b) ∞ rozwiązań dla a
- c) dokładnie jedno rozwiązanie dla pozostałych a .

5. Niech $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$. Znaleźć wszystkie macierze $A \in M_{2 \times 2}(\mathbf{R})$, dla których $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.