IBM – ALGEBRA, ZESTAW 10

1. Wyznaczyć wielomiany charakterystyczne macierzy:

$$\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 0 & 6 \\ 2 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & -3 & 6 \\ 4 & 0 & 4 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{bmatrix}.$$

ODPOWIEDZI: $t^2 - 25$, $t^2 + 1$, $(1-t)(t^2 - 3t + 2)$, $-t^3 + 3t^2 - 4$, $-t^3 + 12t + 16$.

2. Wyznaczyć wartości i wektory własne powyższych macierzy.

ODPOWIEDZI: Kolejno:
wartość $t = 5$ z wektorami $[a, 2a]$ i wartość $t = -5$ z wektorami $[-2a, a]$;
wartość $t = i$ z wektorami $[a, a \cdot i]$ i wartość $t = -i$ z wektorami $[a, -a \cdot i]$;
wartość $t = 1$ z wektorami $[-2a, b, a]$ i wartość $t = 2$ z wektorami $[3a, 2a, -a]$;
wartość $t = -1$ z wektorami $[a, 0, -a]$ i wartość $t = 2$ z wektorami $[0, 2a, a]$;
wartość $t = -2$ z wektorami $[a, a + b, b]$ i wartość $t = 4$ z wektorami $[a, a, 2a]$.

3. Uzasadnić, że jeśli macierz A ma wartość własną t, to A^2 ma wartość własną t^2.