1. Wykazać, że dla dowolnych liczb zespolonych z i w liczby $(z^8 - (\bar{z})^8)^2$, $z^2 + \bar{z}^2, iz - i\bar{z}, z \cdot \bar{w} + \bar{z} \cdot w$ są rzeczywiste.

2. Przedstawić na płaszczyźnie zespolonej zbiory A i B, gdzie

$$A = \{z \in \mathbf{C} : \ \mathrm{Re}\ \frac{z+2}{z-1} = 2\}$$

$$B = \{z \in \mathbf{C} : \mathrm{Re}(z^6) > 0 > \mathrm{Im}(z^6)\}.$$

3. Rozwiązać równanie $z^4 \cdot (z^4 + 3) = 4$ i zapisać wszystkie jego zespolone rozwiązania w postaci algebraicznej ($z = a + bi$) i trygonometrycznej.

4. Niech $A = \left[\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{array}\right]$. Znaleźć wszystkie macierze X, dla których $(A + X)X = X(X + A)$.

5. Obliczyć rząd macierzy:

$$\left[\begin{array}{ccc} a & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & a-1 \end{array}\right]$$

w zależności od rzeczywistego parametru a.

6. Zbadać, ile rozwiązań ma układ równań

$$\left\{\begin{array}{rcrcr} x & - & 2y & = & a+4 \\ ax & - & y & = & 2 \\ 4x & - & ay & = & 2a-1 \end{array}\right.$$

w zależności od parametru $a \in \mathbf{R}$.

7. Wyznaczyć wielomian charakterystyczny macierzy

$$\left[\begin{array}{rrr} 7 & 4 & -1 \\ -3 & 2 & 2 \\ 6 & 4 & 0 \end{array}\right]$$

oraz wszystkie jej rzeczywiste wartości i wektory własne.