

1. (4 pkt.) Znużony chłopiec ułożył z klocków napis NUDNOOTU, po czym zaczął przestawiać tworzące go litery.

a) Ile różnych ośmioliterowych słów można w ten sposób utworzyć?

b) Przyjmijmy, że łatwo wymówić takie słowo, którego każde trzyliterowe podsłowo zawiera co najmniej jedną literę samogłoskową (w tym przypadku O lub U). Dla przykładu DOTNUNOU wymówić łatwo, a UONDTUNO trudno (ze względu na podsłowo NDT). Ile spośród słów określonych w punkcie a) łatwo wymówić?

2. (4 pkt.) Ile rozwiązań w liczbach całkowitych dodatnich równania $a+b+c+d = 120$ spełnia jednocześnie wszystkie następujące warunki:

$a \leq 30, b \geq 32, 10 \leq c \leq 40$ i wszystkie liczby a, b, c, d są nieparzyste?

Uwaga: Pojedynczym rozwiązaniem równania jest czwórka liczb (a, b, c, d) . Zadanie jest logicznie tożsame z takim: Anna, Bartosz, Cezary i Dorota chcą podzielić między siebie 120 identycznych jabłek, tak by Anna dostała ich najwyżej 30 itd. Na ile sposobów mogą to zrobić?

3. (4 pkt.) Rozwiązać (czyli podać ogólny wzór na a_n)

$$\begin{cases} a_1 &= 2 \\ a_2 &= 1 \\ a_{n+2} &= 3a_{n+1} - 2a_n + 2^n - 2 \text{ dla } n \geq 1 \end{cases}$$