

## MATEMATYKA KONKRETNA 2, KOŁOKWIUM 2

1. Będziemy przestawiać litery tworzące napis ABBBCDEE

a) Ile różnych ośmioliterowych słów można w ten sposób utworzyć? ODP.  $\frac{8!}{3!2!} = 3360$

b) Słowo nazwiemy **ciekawym** jeśli można w nim znaleźć trzy kolejne litery będące jednocześnie trzema kolejnymi literami alfabetu (czyli podsłowo ABC, BCD lub CDE). Ile spośród słów określonych w punkcie a) to słowa ciekawe?

ODP.  $6 \cdot \frac{5!}{2!2!} + 6 \cdot \frac{5!}{2!2!} + 6 \cdot \frac{5!}{3!} - 5 \cdot \frac{4!}{2!2!} - 5 \cdot \frac{4!}{2!} - 4 \cdot \frac{3!}{2!} + 4 \cdot \frac{3!}{2!} = 390$  (kolejno dodajemy liczby słów z podsłowami ABC, BCD, CDE, odejmujemy ABCD, BCDE i ABCDE, po czym dodajemy ABCDE; uwaga: jeśli słowo ma podsłowa ABC i CDE, to automatycznie ma również BCD)

2. a) Ile rozwiązań w parzystych dodatnich liczbach całkowitych ma równanie  $a + b + c + d = 100$ ? ODP.  $\binom{49}{3}$

b) Ile rozwiązań w nieparzystych dodatnich liczbach całkowitych ma równanie  $a + b + c + d = 100$ ? ODP.  $\binom{51}{3}$

c) Ile rozwiązań tego równania spełnia jednocześnie wszystkie następujące warunki:

$a > 10, b < 30, 10 < c < 40$ , liczby  $a, b, c, d$  są całkowite, dodatnie i nieparzyste?

ODP.  $\binom{41}{3} - \binom{26}{3} - \binom{26}{3} + \binom{11}{3}$

3. a) Podać ogólny wzór na ciąg  $(a_n)$  spełniający dla każdego  $n > 0$  warunek  $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n$ . ODP.  $a_n = A \cdot 2^n + B$

b) Rozwiązać (czyli podać wzór na  $a_n$ )

$$\begin{cases} a_1 &= 2 \\ a_2 &= 7 \\ a_{n+2} &= 3a_{n+1} - 2a_n + 2 \cdot 3^n + 2 \text{ dla } n \geq 1 \end{cases}$$

ODP.  $a_n = 2^{n-1} + 3^n - 2n$