Matematyka konkretna 2, zestaw 1

1. Uzasadnić, że równanie prostej na płaszczyźnie, przechodzącej przez punkty $A(x_A, y_A)$ i $B(x_B, y_B)$, można zapisać w postaci

$$\begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & x_A & y_A \\ 1 & x_B & y_B \end{vmatrix} = 0.$$

2. Wyznaczyć rzut prostopadły punktu $P(5,5)$ na prostą l o równaniu $y = 2x$ oraz punkt P' symetryczny do P względem l.

2*. Wyznaczyć wzór na współrzędne rzutu P na l oraz punktu symetrycznego P', jeśli punkt $P(x_P, y_P)$ jest dowolny.

3°. Obliczyć wyznacznik $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{vmatrix}$.

3. Niech $a = [2,1,3], b = [-1,3,1], c = [0,-1,3]$. Obliczyć iloczyny wektorowe $a \times b, b \times c, c \times a$ oraz iloczyny skalarne $a \cdot (b \times c), b \cdot (c \times a), c \cdot (a \times b)$.

3*. Sformułować zauważoną prawidłowość i wykazać, że zachodzi ona dla dowolnych wektorów a, b, c.

4. Sprawdzić, że powyższe wektory spełniają równość $a \times (b \times c) = (a \cdot c)b - (a \cdot b)c$.

4*. Wykazać, że równość ta zachodzi dla dowolnych wektorów a, b, c.

5. Niech $O(0,0,0), A(2,1,3), B(-1,3,1), C(0,-1,3)$ będą czterema punktami przestrzeni.

- Wyznaczyć równanie płaszczyzny ABC.
- Obliczyć pole trójkąta ABC (wskazówka: iloczyn wektorowy).
- Obliczyć odległość punktu O od płaszczyzny ABC (można skorzystać z gotowego wzoru).
- Obliczyć objętość czworościanu $OABC$.