

MAKO 2 - ZESTAW 4 (ELEMENTARNA KOMBINATORYKA)

Uwaga. Zasadniczo do rozwiązania poniższych zadań wystarczy wiedza ze szkoły średniej (silnie, symbole Newtona itp.), ale w najbliższych dniach pojawi się w podkatalogu zdalne krótkie przypomnienie podstawowych zagadnień.

1. Ile różnych liczb nieparzystych można uzyskać permutując (czyli dowolnie przedstawiając) cyfry (w układzie dziesiętnym) liczby 12558?

1.* Ile wynosi suma tych liczb nieparzystych?

2. Ile różnych liczb dziewięciocyfrowych można uzyskać, przedstawiając cyfry w liczbie 112222344? (ważniejszy jest wzór od konkretnej wartości liczbowej, ale kto umie tę ostatnią obliczyć prosto bez kalkulatora, to bardzo proszę).

Ile wśród nich jest liczb parzystych? Ile podzielnych przez 4? Przez 3? Przez 7? (na jedno z tych pytań odpowiedzieć niezwykle łatwo, a na jedno niezwykle trudno – proszę więc je pominąć, chyba że ktoś ma jakiś głęboki pomysł).

3. Przestawiając litery słowa EGZAMIN można uzyskać $7! = 5040$ różnych słów. Każde takie słowo nazwiemy **dobrym**, gdy nie ma w nim stojących obok siebie liter samogłoskowych (czyli A,E,I), i **złym**, jeśli są. Dobrym słowem jest np. MIGANEZ, a złym GZMANIE (litery I i E stoją obok siebie). Ile jest dobrych a ile złych słów?

4. Ile **różnych** dziewięcioliterowych słów można uzyskać permutując, czyli przedstawiając, litery słowa KOŁOKWIUM ? Ile spośród nich ma następującą własność: każda litera samogłoskowa (I,O,U) ma bezpośrednio przed sobą literę spółgłoskową (K,L,M,R,W)?

5. Na ile sposobów elementy zbioru dwunastoelementowego można podzielić na sześć par? (zadanie może mieć różne odpowiedzi w zależności od tego, jakie wyniki podziału uznajemy za różne – proszę samodzielnie przyjąć założenia i konsekwentnie się ich trzymać).

6. Załóżmy hipotetycznie, że do ćwierćfinałów tegorocznej piłkarskiej Ligi Mistrzów zakwalifikowało się 8 klubów – trzy hiszpańskie, dwa włoskie, dwa niemieckie i jeden francuski. Zostaną one losowo podzielone na cztery pary. Obliczyć, jakie jest prawdopodobieństwo zdarzeń:

A – ani jeden zespół hiszpański nie wylosuje innego zespołu hiszpańskiego;

B – przynajmniej w jednej parze spotkają się drużyny z jednego kraju.

7. Na ile sposobów można wybrać pięć kart z talii 52 kart (zawierającej standardowo cztery asy, cztery króle itd.) tak, aby wśród nich były co najmniej dwa asy, co najmniej jedna dama i co najmniej jeden król? (to niby proste, ale łatwo zrobić to zadanie błędnie - będzie mu poświęcone oddzielne wyjaśnienie)

8. Piłkarska reprezentacja kraju składa się z 23 (oczywiście rozróżnialnych) zawodników: 3 bramkarzy, 8 obrońców, 7 pomocników i 5 napastników. Ile istnieje różnych składów, czyli 11-osobowych podzbiorów owego 23-osobowego zbioru, zawierających dokładnie jednego bramkarza, czterech lub pięciu obrońców, co najmniej trzech pomocników i co najmniej jednego napastnika? W ilu z tych składów znajduje się Kowalski, który jest jednym z ośmiu obrońców?