

UWAGA: NALEŻY ROZWIĄZAĆ 5 WYBRANYCH ZADAŃ

1. Obliczyć całkę z funkcji $f(x, y) = y - x + 4$ po czworokącie o wierzchołkach $(1,0), (2,0), (0,2), (0,1)$.
2. a) Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji $f(x, y) = 2x^2 + y^2 - 2xy$.
b) Obliczyć najmniejszą i największą wartość tej samej funkcji w domkniętym (czyli wziętym razem z bokami i wierzchołkami) kwadracie o wierzchołkach $(0,0), (2,0), (2,2), (0,2)$.
3. Rozwinąć w szereg Taylora wokół punktu $x_0 = 0$ funkcję

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 3x + 2}$$

i obliczyć $f^{(17)}(0)$.

4. Obliczyć objętość zbioru

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 3(x^2 + z^2) \leq y \leq x^2 - z^2 + 3\}.$$

5. Znaleźć rozwinięcie w szereg Fouriera funkcji $f(x)$, która spełnia warunki $f(x) = x$ dla $x \in (-\pi, 0)$, $f(x) = 0$ dla $x \in [0, \pi)$ oraz ma okres 2π .
6. Znaleźć rozwiązanie zagadnienia

$$\begin{cases} x''(t) - 3x'(t) + 2x(t) &= 2 \\ x(0) &= 2023 \\ x'(0) &= 2024 \end{cases}$$

Uwaga: Zalecane, choć nieobowiązkowe, jest użycie przekształcenia Laplace'a.