

ANALIZA MATEMATYCZNA (MANA), ZESTAW 3

1. Wyznaczyć ekstrema lokalne poniższych funkcji:
  - a)  $f(x, y) = x^2 - 2xy + 3y^2 - 3$
  - b)  $f(x, y) = x^2 - 2xy + 3y^2 - 2x - 2y$
  - c)\*  $f(x, y) = (2x^6 - 4x^3y^3 + 6y^6 - 4x^3 - 4y^3 + 7)^{2021}$  (przed ręcznym liczeniem pochodnych lub nawet zamiast niego proszę zastanowić się, jaki jest związek między tą funkcją a poprzednią)
  - d)  $f(x, y) = \frac{x^2+y^2}{e^x}$
  - e)  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$
  - f)  $f(x, y) = 2x^2y - x^3 - y^4$
  - g)  $f(x, y) = x^2 + xy^2 - 4x + y^3$
2. Na wykładzie obliczyliśmy najmniejszą i największą wartość funkcji  $x^3y + x^2y^2 - x^2y$  w pewnym kwadracie. Używając podobnych metod obliczyć najmniejszą i największą wartość funkcji  $f(x, y) = x^2y^2 + xy^3 - 4xy^2$ 
  - a) w kwadracie o wierzchołkach  $(0,0), (4,0), (4,4), (0,4)$
  - b) w kwadracie o wierzchołkach  $(0,0), (1,0), (1,1), (0,1)$
  - c) w trójkącie o wierzchołkach  $(0,0), (4,0), (0,4)$
  - d) w trójkącie o wierzchołkach  $(0,0), (5,0), (0,5)$
  - e) w trójkącie o wierzchołkach  $(0,0), (1,0), (0,1)$
3.
  - a) Obliczyć największą wartość wyrażenia  $\sin x + \sin y + \sin z$ , gdzie  $x, y, z$  są liczbami nieujemnymi o sumie  $x + y + z = 2\pi$ .
  - b) Jaki trójkąt wpisany w dany okrąg ma największe pole?
  - c) Jaki jest związek punktów a) i b) niniejszego zadania?
4. Obliczyć najmniejszą i największą wartość funkcji  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$  w kole o środku  $(0,0)$  i promieniu  $r$ .
5. Obliczyć najmniejszą i największą wartość funkcji  $f(x, y) = x^2 + 3xy + y^2$  w kole o środku  $(0,0)$  i promieniu  $r$ .