

ANALIZA MATEMATYCZNA (MANA), ZESTAW 6

1. Obliczyć całkę podwójną funkcji  $f(x, y)$  po obszarze  $D$ , gdzie
  - a)  $f(x, y) = x^2 + y^2$ ,  $D$  – koło  $K((0, 0), R)$ ;
  - b)  $f(x, y) = x^2$ ,  $D$  – koło  $K((0, 0), R)$ ;
  - c)  $f(x, y) = 7x^2 - 3y^2$ ,  $D$  – koło  $K((0, 0), R)$ ;
  - d)  $f(x, y) = |x|$ ,  $D$  – koło  $K((0, 0), R)$ ;
  - e)  $f(x, y) = x^2 + y^2$ ,  $D$  – elipsa  $4x^2 + y^2 \leq 16$ ;
  - f)  $f(x, y) = x^2 + y^2$ ,  $D$  – koło  $K((1, 2), 3)$ ;
  - g)  $f(x, y) = y$ ,  $D$  – górna połowa pierścienia  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 16$ .
2. Używając współrzędnych biegunowych, obliczyć objętość
  - a) kuli o promieniu  $R$ ;
  - b) stożka o promieniu podstawy  $R$  i wysokości  $h$ ;
  - c) bryły zdefiniowanej przez koniunkcję nierówności  $x^2 + y^2 \leq 4x$  oraz  $0 \leq z \leq x + y + 1$ ;
  - d\*) tzw. bryły Vivianiego, czyli części wspólnej kuli  $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$  i walca  $x^2 + y^2 \leq Rx$ .